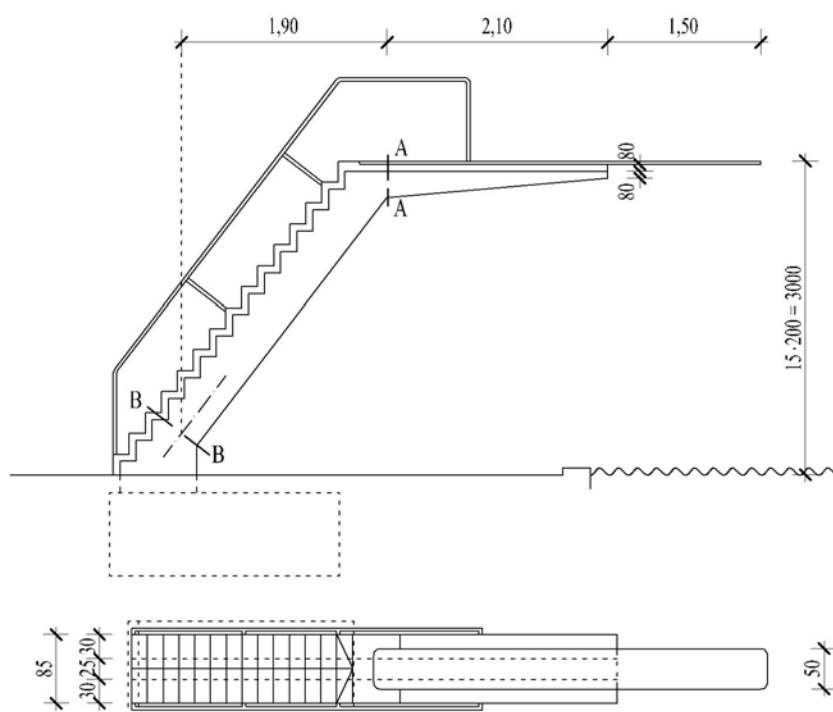


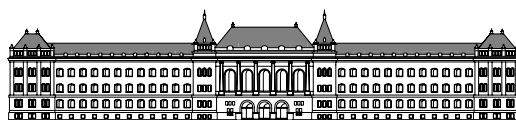
BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
Építésmérnöki Kar
SZILÁRDSÁGTANI ÉS TARTÓSZERKEZETI TANSZÉK

Draskóczy András
VASBETONSZERKEZETEK
PÉLDATÁR
az Eurocode előírásai alapján



GERENDÁK
LEMEZEK
OSZLOPOK, FALAK
KÜLÖNBÖZŐ VASBETON SZERKEZETEK
ÉS RÉSZLETEK
HASZNÁLHATÓSÁGI HATÁRÁLLAPOTOK
ELLENŐRZÉSE
KÖZELÍTŐ MÉRETMEGHATÁROZÁS
Gyakorló feladatok megoldása
Tervfeladatok
Gyakorló vizsgafeladatok

Budapest, 2008.



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
Építésmérnöki Kar
SZILÁRDSÁGTANI ÉS TARTÓSZERKEZETI TANSZÉK

Draskóczy András

VASBETONSZERKEZETEK

PÉLDATÁR az Eurocode előírásai alapján

Budapest, 2008.

Lektorálták:

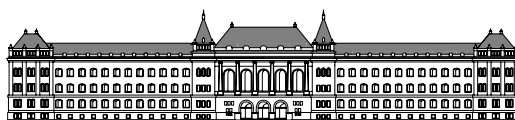
Dr. Dulácska Endre
professzor emeritusz

Dr. Hamza István
egyetemi adjunktus

Papanek Zsolt
egyetemi adjunktus

© Dr. Draskóczy András egyetemi adjunktus, 2008.

A példatár szerzői jogi védelem alatt áll, másolása csak a kiadó engedélyével történhet!



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
Építésmérnöki Kar
SZILÁRDSÁGTANI ÉS TARTÓSZERKEZETI TANSZÉK

VASBETONSZERKEZETEK

PÉLDATÁR az Eurocode előírásai alapján

TARTALOM*

	oldal
Bevezető.....	7
1. fejezet: GERENDÁK.....	8
1.1. Négyzetkeresztmetszet ellenőrzése hajlításra •.....	8
1.2. Túlvasalt négyzetkeresztmetszet ellenőrzése hajlításra •.....	9
1.3. Négyzetkeresztmetszet hajlítási vasalásának tervezése •.....	10
1.4. Háromtámaszú tartó •.....	12
1.5. Fejlemez gerenda •.....	17
1.6. Kéttámaszú konzolos alulbordás földem gerendája •.....	18
1.7. Kéttámaszú gerenda nyírási méretezése •.....	20
1.8. Nyírási vasalás tervezése kengyelezés és felhajlított acélbetétek alkalmazásával •.....	22
1.9. Tartóvég ellenőrzése •.....	24
1.10. Kéttámaszú gerenda nyírási méretezése 45 foknál kisebb nyomott beton rácsrúd dőlésszög mellett.....	24
1.11. Csavarási vasalás tervezése •.....	27
1.12. Monolit vasbeton gerenda tervezése kis θ nyomott beton rácsrúd dőlésszög mellett.....	30
1.13. Kéttámaszú konzolos gerenda tervezése a nyomatéki és nyíróerő ábra burkolásával •.....	37
1.14. Többszármű tartó •.....	45
1.15. Előregyártott vasbeton gerenda béltestes földem •.....	49
Gerendák. Gyakorló feladatok és kérdések •.....	51
2. fejezet: LEMEZEK.....	53
2.1. Hajlított lemezkeresztmetszet ellenőrzése •.....	53
2.2. Hajlított lemezkeresztmetszet tervezése •.....	54
2.3. Konzolosan kinyúló lépcsőlemez keresztmetszet tervezése •.....	55
2.4. Harántfalas épület két- és többszármű monolit vasbeton földemlemeze •.....	55
2.5. Kétkarú vasbeton lépcső- és pihenőlemez tervezése •.....	61
2.6. Kétirányban teherhordó, peremén szabadon feltámaszkodó, de sarkainál felemelkedésben gátolt vasbeton lemezek •.....	63

* A •-al megjelölt feladatok a Vasbetonszerkezetek 1 tárgy tematikájához kapcsolódnak.

	a) 1:2 oldalarányú lemez	
	b) Négyzetes lemez	
	c) Optimális oldalarányú lemez	
	d) Kör alaprajzú lemez	
	2.7. Kétirányban teherhordó, sarkainál felemelkedésben nem gátolt vasbeton lemez •	68
	2.8. Kör alaprajzú, a peremén szabadon felfekvő lemez •	69
	2.9. Kétirányban teherhordó többtámaszú monolit vasbeton lemez •	70
	2.10. Pontokon megtámasztott síklemez földem.....	74
74	Vasbeton lemezek. Gyakorló feladatok és kérdések •	89
3. fejezet: OSZLOPOK, FALAK.....		92
	3.1. Központosan nyomott oszlop tervezése •	92
	3.2. Központosan nyomott oszlop ellenőrzése •	93
	3.3. Központosan nyomott oszlop ellenőrzése külpontosság növekményekkel •	94
	3.4. Spirálkengyeles oszlop •	95
	3.5. Földszintes csarnoképület külpontosan nyomott oszlopának ellenőrzése •	97
	3.6. Adott külpontosság mellett működő legnagyobb nyomóerő számítása •	100
	3.7. Külpontosan nyomott keresztmetszet közelítő teherbírási vonala pontjainak pontos számítása •	101
	3.8. Vasbeton keretvázas épület oszlopelemének ellenőrzése •	102
	3.9. Földszintes csarnoképület oszlopának tervezése •	106
	3.10. Vízszintes terhelés elosztása a falrendszer elemei között.....	110
	3.11. Külpontosan nyomott vasbeton teherhordó és merevítő fal tervezése.....	113
	Oszlopok, falak. Gyakorló feladatok és kérdések •	118
4. fejezet: KÜLÖNBÖZŐ VASBETON SZERKEZETEK ÉS RÉSZLETEK.....		120
	4.1. Rövidkonzol •	120
	4.2. Kéttámaszú faltartó.....	122
	4.3. Ívtartó.....	125
	4.4. Vonórúd.....	127
	4.5. Külpontosan terhelt vasbeton alaptest •	130
	4.6. Támfal.....	133
	4.7. Pecsétnyomás.....	136
	4.8. Koncentrált teher felfüggesztése.....	137
	4.9. Zsaluzópalló és monolit vasbeton lemez kapcsolata.....	139
	4.10. Keretsarok •	141
5. fejezet: HASZNÁLHATÓSÁGI HATÁRÁLLAPOTOK ELLENŐRZÉSE.....		145
	5.1. Lemez lehajlásának egyszerűsített ellenőrzése •	145
	5.1.1. Egyirányban teherhordó kéttámaszú vasbeton lemez lehajlásának egyszerűsített ellenőrzése	
	5.1.2. Kétirányban teherhordó többtámaszú lemezszerkezet lehajlásának egyszerűsített ellenőrzése	
	5.2. Gerenda lehajlásának egyszerűsített ellenőrzése •	149
	5.3. Lemez lehajlásának meghatározása.....	151
	5.4. Gerenda lehajlásának meghatározása.....	154
	5.5. Lemez repedéstágasságának közelítő ellenőrzése •	157
	5.6. Gerenda repedéstágasságának közelítő ellenőrzése •	158
	5.7. Lemez repedéstágasságának meghatározása.....	159
	5.8. Gerenda repedéstágasságának meghatározása.....	161
	5.9. Külpontosan húzott vasbeton lemez repedéstágasságának meghatározása a zsu- gorodás hatásának figyelembe vételével.....	162
6. fejezet: A SZERKEZETI ELEMEL KERESZTMETSZETÉNEK KÖZELÍTŐ MÉRET- MEGHATÁROZÁSA.....		166

6.1. Kéttámaszú lemez •.....	167
6.2. Töbttámaszú lemez •.....	171
6.3. Lépcsőlemez.....	170
6.4. Síklemez földém.....	173
6.5. Kéttámaszú négyszögszelvényű gerenda •.....	174
6.6. Töbttámaszú négyszögszelvényű gerenda •.....	175
6.7. Töbttámaszú fejlemez gerenda •.....	177
6.8. Központosan nyomott beton pontalap.....	178
6.9. Központosan nyomott vasbeton pontalap közelítő méretei és vasalása.....	179
6.10. Külpontosan nyomott vasbeton pontalap.....	181
6.11. Központosan nyomott oszlopkeresztmetszet •.....	182
6.12. Külpontosan nyomott oszlopkeresztmetszet - kiskülpontos nyomás.....	185
6.13. Külpontosan nyomott oszlopkeresztmetszet - nagykülpontos nyomás.....	187
6.14. Vasbeton falak minimális vastagsága.....	190
FÜGGELÉKEK.....	191
I. A Gerendák című fejezet gyakorló feladatainak megoldása •.....	192
II. Tervfeladatok •.....	201
1. Tervfeladat	
2. Tervfeladat	
Mintarajzok	
III. Gyakorló vizsgafeladatok •.....	205
1. Műugró trambulín.....	205
2. Részlegesen előregyártott kereskedelmi épület tartószerkezetei.....	211
IV. A Deák György – Draskóczy András – Dulácska Endre – Kollár László – Visnovitz György : Vasbetonszerkezetek, Tervezés az Eurocode alapján című kiadvány (Vasbetonszerkezetek segédlet (VS.)) táblázatai.....	217
Jelölések.....	223
Hivatkozott szakirodalom.....	225

Megjegyzés: A feladatmegoldások számos hivatkozást tartalmaznak a Tanszéken kidolgozott Vasbeton segédletre (VS., a szakirodalom jegyzékben: [1]), az oldalszám, esetleg fejezetszám megjelölésével. Az oldalszámok a segédlet 2007. évi kiadására vonatkoznak, korábbi kiadású példányban az oldalszám eltérhet!

Bevezető

A Vasbetonszerkezetek példatár elsősorban egyetemi hallgatók felkészülését hivatott szolgálni, de az Eurocode előírásaival ismerkedő gyakorló mérnökök részére is hasznos segítőtárs lehet. A feladatmegoldásokhoz fűzött megjegyzések a könnyebb megértést, az adott témában való elmélyülést szolgálják. Megfelelő tudásszint elérése után javasoljuk a feladatok önálló megoldását, majd annak ellenőrzését. Az első három fejezet végén található gyakorló feladatok és kérdések is ezt a célt szolgálják.

A példatár első három fejezetébe foglalt feladatok többségét a BME Építészmérnöki Karon folyó képzés Vasbetonszerkezetek I. tárgya keretében a hallgatók gyakorlati oktatásához fejlesztettük ki a Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszéken. A 4. fejezetbe olyan feladatokat foglaltunk, amelyek az oktatási törzsanyagba idő hiányában nem tudtak bekerülni, de a gyakorló tervezőmunkához segítséget nyújthatnak. Az 5. fejezet a magasépítésben leggyakrabban alkalmazott vasbeton szerkezeti elemek használhatósági határállapotokra – alakváltozás- és repedéskorlátozásra – való közelítő és pontosabb ellenőrzését mutatja be. A fejezet anyaga a Vasbetonszerkezetek II. tárgy gyakorlati oktatását is segíti. A 6. fejezet a leglényegesebb vasbeton szerkezeti elemek gazdaságos méretmeghatározására mutat be módszereket. Ezek a feladatok a tervezési tárgyak keretében – és a gyakorlati tervezőmunkában is – hasznosan alkalmazhatók.

A példatár folyamatosan tartalmaz hivatkozásokat a Tanszék munkatársai által készített "Vasbetonszerkezetek, Tervezés az Eurocode alapján" (2. kiadás, 2007., Springer Media Magyarország Kft.) [1] című kiadványra, mint Vasbeton Segédletre (VS.), amelynek használata a feladatok megoldásához nélkülözhetetlen. A példatár korlátozottan önálló használata érdekében ugyanakkor egyik függelékeként – a szerzők és a kiadó hozzájárulásával – összefoglaltuk a Segédlet leggyakrabban használt táblázatait a legfontosabb értelmező szövegrésszel együtt.

A feladatok összeállítása és a megoldások kidolgozása során arra törekedtünk, hogy a példatár használói megismerjék a vasbeton mint szerkezeti anyag viselkedését, jártasságot szerezzenek a kiviteli tervek készítésének gyakorlatában és elsajátítsák a biztonságos és egyben gazdaságos szerkezeti méretek meghatározásának módszereit. A példák kidolgozottságának szintje eltérő. Egyes feladatok csupán egy-egy részprobléma – pl. a nyírási vagy csavarási méretezés – bemutatását szolgálják, néhány feladtnál viszont (pl. 1.11., 2.10.) az ellenőrzési illetve méretezési számítások mellett a használhatósági határállapotok ellenőrzésére és a kiviteli tervek készítés legfontosabb részleteire is kitértünk.

A Függelékben megadtuk az 1. fejezet gyakorló feladatainak megoldását. A Vasbetonszerkezetek I. tárgy keretében elkészítendő két tervfeladat kiírásához egy-egy mintatervet is mellékelünk. A tervfeladatok önálló elkészítésével a hallgatók a féléves képzés végére képessé válnak arra, hogy a vizsgáírásbelin egy vázlatosan bemutatott vasbeton szerkezetű épület vagy építmény egyes tartószerkezeti elemeire vonatkozó ellenőrzési vagy méretezési feladatok megoldását el tudják készíteni. Ez magas szintű térlátó képességet és figyelemösszpontosítást igényel. A Függelékben két vizsgafeladatot is közreadtunk, amelyek jól példázzák az itt leírtakat.

Végezetül ismételten szeretném hangsúlyozni, hogy példatárunk közös munka eredménye. Itt elsősorban a Vasbeton Segédletet [1] kidolgozó szerzői team tagjaira, Dr Deák György professzor emerituszra, korábbi tárgyelőadóra, Dr Dulácska Endre professzor emerituszra, az egyik jelenlegi tárgyelőadóra, Dr Kollár László egyetemi tanárra, a másik jelenlegi tárgyelőadóra, az 1-3. fejezet számos feladatának (1.1-9., 3.1-3., 3.5., 3.7., 3.9.) ötletadóijára és a Segédlet legelmélyültebb alkotómunkát igénylő részeinek kidolgozóijára és Dr Visnovitz György egyetemi docensre gondolok, aki a Segédlet végső, igényes formába rendezését magára vállalta. Köszönöm a lektorok, Dr Dulácska Endre professzor emeritusz, Dr Hamza István és Papanek Zsolt egyetemi adjunktusok koncepcionális és apró hibákra egyaránt érzékeny munkáját. Utóbbiak a Vasbetonszerkezetek I. tárgy állandó gyakorlatvezetőiként is folyamatosan segítettek észrevételeikkel a feladatok csiszolásában. Az olykor bonyolult képletek és szövegek számítógépre vitelében Béli Anna tanszéki adminisztrátor kitartó munkával működött közre, amiért külön köszönet illeti. Végül, de nem utolsósorban köszönöm Kreis Brigitta építészmérnök hallgatónak, hogy fáradhatatlan volt a példatár ábráinak gépi rajzolásában és javításában. Előre is köszönök minden hibákra és hiányosságokra vonatkozó észrevételt. Kérem, hogy ezeket a kiadón keresztül, vagy közvetlenül a drasko.sil@silver.szt.bme.hu e-mail címre juttassák el.

Budapest, 2008. március

a Szerző

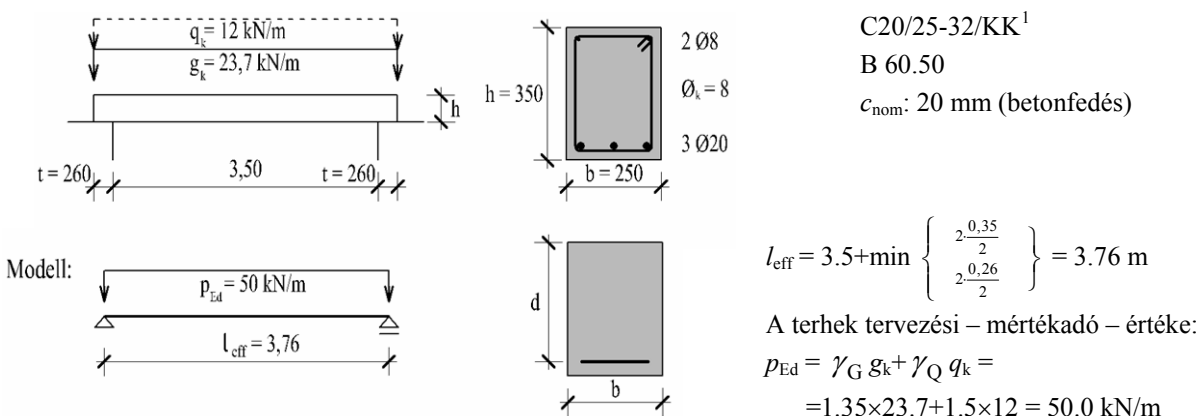
1. fejezet:

GERENDÁK

1.1. Négyszögkeresztmetszet ellenőrzése hajlításra

Feladat

Ellenőrizze az ábrán adott vasbeton gerendát hajlításra! Az állandó teher (amely tartalmazza a gerenda önsúlyát is) $g_k = 23.7 \text{ kN/m}$, a hasznos teher $q_k = 12 \text{ kN/m}$. (A terhek jelének "k" indexe arra utal, hogy karakterisztikus értékükkel adottak, azaz biztonsági tényezővel még nem megszorozták,)



(VS. 11. oldal szerint $\gamma_G = 1.35$; $\gamma_Q = 1.5$)

A mértékadó nyomaték (a nyomaték tervezési értéke):

$$M_{Ed} = p_{Ed} \frac{l_{eff}^2}{8} = 50 \cdot \frac{3.76^2}{8} = 88.36 \text{ kNm}$$

A keresztmetszetben a kis átmérőjű nyomott („szerelő”) vasalást elhanyagoljuk. Mint később látni fogjuk, ha a kengyelezés nem elég sűrű, nem is szabad figyelembe venni.

$$A_s = 942 \text{ mm}^2 \text{ (VS 8. o.)}$$

A hatékony magasság:

$$d = 350 - 20 - 8 - 20/2 = 312 \text{ mm}$$

A vasalás mennyiségére vonatkozó szerkesztési szabályok ellenőrzése (VS. 51. o.)

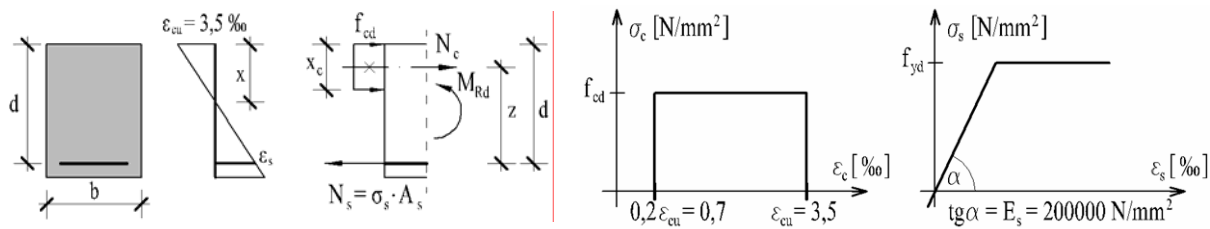
A húzott vashányad %-ban kifejezve: $\rho = 100 A_s / b d = 100 \cdot 942 / (250 \cdot 312) = 1.21\%$

ρ nagyobb mint a minimális vashányad: $\rho_{min} = 0.13\%$ (VS 51. o.), ezért a keresztmetszet vasbeton keresztmetszetként számítható. $A_{s,max} = 0.04 A_c = 0.04 \cdot 250 \cdot 350 = 3500 \text{ mm}^2 >$

$$> A_{s,3\text{Ø}20+2\text{Ø}8} = 942 + 101 = 1043 \text{ mm}^2 \text{ rendben!}$$

A határnyomaték (M_{Rd}) számítása

¹ Itt 32 az adalékanyag maximális szemnagyságát jelenti mm-ben ($d_g = 32 \text{ mm}$), KK a konzisztenciára utal: „kissé képlékeny”.



$$f_{cd} = \frac{20}{\gamma_c} = \frac{20}{1.5} = 13.3 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{500}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 435 \text{ N/mm}^2 \quad x_c = 0.8x$$

Ha x_c nagy $\Rightarrow x$ nagy $\Rightarrow \varepsilon_s$ kicsi \Rightarrow az acél rugalmas állapotú.

Ha x_c kicsi $\Rightarrow x$ kicsi $\Rightarrow \varepsilon_s$ nagy \Rightarrow az acél megfolyik: $\sigma_s = f_{yd}$. Ennek számszerűsített feltétele az, hogy az $x_c/d = \xi_c$ viszonyított érték ne haladja meg a ξ_{c0} határértéket (lásd VS. 6. oldal táblázat).

Tegyük fel, hogy az acél folyási állapotban van ($\xi_c < \xi_{c0}$ eset)!

Vetületi egyenlet ($\Sigma N = 0$): $N_c = N_s \quad f_{cd} x_c b = A_s f_{yd} \Rightarrow x_c = \frac{942 \times 435}{250 \times 13.3} = 123 \text{ mm}$

Acél folyásának ellenőrzése: $\xi_c = \frac{x_c}{d} = \frac{123}{312} = 0.394 < \xi_{c0} = 0.49$ (VS. 7. o.)

vagyis az acél valóban megfolyik (amit úgy is mondhatunk, hogy a gerenda "normálisan" vasalt, a feltételezés helyes volt).

Nyomatéki egyenlet a nyomófeszültségek súlypontjára ($\Sigma M_c = 0$):

$$M_{Rd} = N_s z = A_s f_{yd} z \quad z = d - \frac{x_c}{2} = 312 - \frac{123}{2} = 251 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = 942 \times 435 \times 251 = 102.66 \times 10^6 \text{ Nmm} = 102.66 \text{ kNm} > M_{Ed} = 88.36 \text{ kNm}, \text{ megfelel!}$$

1.2. Túlvasalt négyszögkeresztmetszet ellenőrzése hajlításra

Határozza meg az előző példában adott vasbeton gerenda határnyomatékát, ha a húzott vasalás 3 ϕ 25!

$$A_s = 1473 \text{ mm}^2$$

$$d = 309 \text{ mm}$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{bd} = \frac{1473}{250 \cdot 309} = 1.9\% > \rho_{\min} = 0.13\%$$

$$100 \cdot \frac{\Sigma A_s}{A_c} = 100 \cdot \frac{1473 + 101}{250 \cdot 350} = 1.8\% < \rho_{\max} = 4.0\%$$

Tegyük fel, hogy az acél folyási állapotban van!

$$\Sigma N = 0: N_c = N_s f_{cd} x_c b = A_s f_{yd} \Rightarrow x_c = 192 \text{ mm}$$

Ellenőrzés: $\xi_c = \frac{192}{309} = 0.621 > \xi_{c0} = 0.49$ vagyis az acél rugalmas állapotú marad, nem lehet a teljes szilárdságát kihasználni, csak ún. redukált – a Hook törvény alapján számított – feszültséggel számolhatunk.

$$\Sigma N = 0: N_c = N_s \quad f_{cd} x_c b = A_s \sigma_s = A_s \left(\frac{560}{\xi_c} - 700 \right) \quad (\text{VS. 17. o.})$$

Ebből $\xi_c = x_c / d$ helyettesítéssel:

$$x_c^2 + \frac{700 A_s}{f_{cd} b} x_c - \frac{560 A_s d}{f_{cd} b} = 0$$

$$A x_c^2 + B x_c + C = 0$$

A másodfokú egyenlet megoldóképletét alkalmazva:

$$x_c = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \Rightarrow x_c = 162 \text{ mm}$$

Megjegyzés: a gyökjel előtti előjel csak + lehet, mert x_c nem lehet negatív érték.

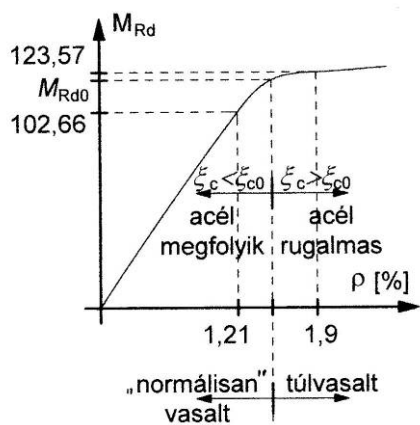
Ellenőrzés: $\xi_c = x_c / d = 162 / 309 = 0.525 > \xi_{c0} = 0.49$ valóban teljesül, az acélbetétben figyelembe vehető feszültség ezért:

$$\sigma_s = \frac{560}{\xi_c} - 700 = \frac{560}{0.525} - 700 = 368 \text{ N/mm}^2 \quad (< f_{yd} = 435 \text{ N/mm}^2)$$

$$z = d - \frac{x_c}{2} = 309 - \frac{162}{2} = 228 \text{ mm}$$

$$\Sigma M = 0 : \quad M_{Rd} = A_s \sigma_s z = 1473 \times 368 \times 228 \times 10^{-6} = 123.57 \text{ kNm}$$

M_{Rd} függése A_s -től (ρ -tól):



Túlvasalt keresztmetszetek tervezését kerülni kell, mert egyrészt gazdaságtalan (lásd az ábrát: túlvasalt keresztmetszet esetén a ρ vashányad növelésével M_{Rd} alig változik) másrészt ridegen (nem duktilisan) viselkedik: a tönkremenetel hirtelen a beton összeroppanásával - következik be, nem előzik meg nagy, képlékeny alakváltozások, minthogy az acélbetét nem folyik meg.

A határesethez tartozó vashányad a

$$\Sigma N = 0: \quad \xi_{c0} d b f_{cd} = \rho b d f_{yd} \text{ egyenletből:}$$

$$\rho = \xi_{c0} \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.49 \cdot \frac{13.3}{435} = 0.015 \rightarrow 1.5\%$$

Az e vashányadhoz tartozó nyomatéki ellenállás:

$$M_{Rd0} = \xi_{c0} d b f_{cd} (d - \xi_{c0} d / 2) = 0.49 \cdot 309 \cdot 250 \cdot 13.3 \cdot (309 - \frac{0.49 \cdot 309}{2}) = 117.45 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 117.45 \text{ kNm}$$

1.3. Négyzetkeresztmetszet hajlítási vasalásának tervezése

Feladat

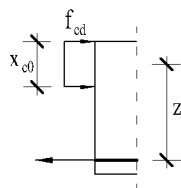
Határozza meg az 1.1. feladatban adott tartó szükséges hajlítási vasalását! Tételezze fel, hogy a húzott vasalásként $\phi 20$ -as vagy $\phi 16$ -os acélbetéteket alkalmaz!

Az 1.1. példából: $M_{Ed} = 88.36 \text{ kNm}$ és $d = 312 \text{ mm}$

(A példa szerint a $3\phi 20$ -as vas megfelel, de lehet, hogy kevesebb acél is elegendő.)

Megoldás

Határozzuk meg azt a nyomatékot, amely ahhoz az acélmennyiséghez tartozik, amelynél az acélok a nyomott szélső betonszál tönkremenetelekor éppen folyási állapotba kerülnek. Ekkor:



$$x_c = x_{c0} = \xi_{c0} d = 0.49 \cdot 312 = 153 \text{ mm}$$

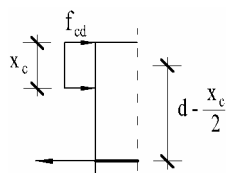
$$M_{Rd0} = f_{cd} b x_{c0} (d - \frac{x_{c0}}{2}) = 13.3 \times 250 \times 153 \times (312 - \frac{153}{2}) \times 10^{-6} = 119.8 \text{ kNm}$$

$$> M_{Ed}$$

vagyis kevesebb acélt kell elhelyezni, mint amennyi M_{Rd0} -hoz tartozik, ekkor a húzott acélbetétek a keresztmetszet tönkremenetelekor biztosan folyási állapotban lesznek. Ezt mindig ellenőriznünk kell a $\xi_c < \xi_{co}$ feltétel vizsgálatával. A gyakorlati méretezési számítások során M_{Rd0} meghatározása csak akkor szükséges, ha a $\xi_c < \xi_{co}$ feltétel nem teljesül (erre később mutatunk be példát).

Hajlított négyszögszelvény tervezésének általános lépései:

1. lépés: x_c számítása a $\Sigma M_s = 0$ egyensúlyi feltételből:



$$N_c z = M_{Rd} = M_{Ed}^2 \quad x_c b f_{cd} (d - \frac{x_c}{2}) = M_{Ed} \quad /: b f_{cd}$$

A másodfokú egyenlet megoldóképlete szerint:

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_{Ed}}{b f_{cd}}} = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed}}{b d^2 f_{cd}}} \right)$$

Erre a képletre gyakran lesz szükségünk a továbbiakban, de „gondolkodás nélkül”, csak akkor használjuk, ha már biztonsággal le tudjuk vezetni és tudjuk, hogy hajlított négyszögszelvényre vonatkozóan a $\Sigma M_s = 0$ egyensúlyi feltételt fejezi ki.

2. lépés: a vasalás meghatározása:

$$(a) \quad \Sigma N = 0 \Rightarrow A_s f_{yd} = b x_c f_{cd} \Rightarrow A_s$$

$$\text{vagy} \quad (b) \quad \Sigma M = 0 \Rightarrow M_{Ed} = A_s f_{yd} (d - \frac{x_c}{2}) = A_s f_{yd} z \Rightarrow A_s = \frac{M_{Ed}}{z f_{yd}}$$

A (b) egyenlet nem érzékeny az x_c -ben – esetleg – elkövetett hibára, ezért kézi számításhoz ezt használjuk!

$$\text{A példa adatait behelyettesítve:} \quad x_c = 312 \cdot (1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 88,36 \cdot 10^6}{250 \cdot 312^2 \cdot 13,3}}) = 102 \text{ mm}$$

Figyeljünk a mértékegységek egyeztetésére! $1 \text{ kNm} = 10^6 \text{ Nmm}$

$$\xi_c = 102 / 312 = 0,33 < \xi_{co} \text{ rendben!}$$

$$\text{-a húzó-nyomó belsőerők karja:} \quad z = d - x_c/2 = 312 - 102/2 = 261 \text{ mm}$$

$$\text{-a szükséges vaskeresztmetszet:} \quad A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} z} = \frac{88,36 \cdot 10^6}{435 \cdot 261} = 778 \text{ mm}^2$$

$$> A_{smin} = 1,3 \cdot \frac{250 \cdot 312}{1000} \approx 100 \text{ mm}^2 \quad R!$$

(Itt is figyeljünk a mértékegységek egyeztetésére!)

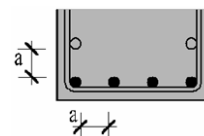
$$\text{Lehetséges vasalás (VS 7. o.):} \quad 3\phi 20 \rightarrow A_s = 942 \text{ mm}^2 \text{ vagy } 4\phi 16 \rightarrow A_s = 804 \text{ mm}^2$$

Az utóbbi megoldás gazdaságosabb. Ez esetben d -t elvileg újra kellene számolni, de mivel nőni fog, változása növeli a határnyomatékokat, a biztonság javára tévedünk.

Ha a számítást „dokumentálni” kell, akkor nem elegendő a vasalást megtervezni, az M_{Rd} -t is meg kell meghatározni az adott vasaláshoz, és az $M_{Rd} \geq M_{Ed}$ feltétel teljesülését kell kimutatni. A félév során ezt nem fogjuk megkövetelni.

-A vasalás megtervezésekor figyelembe kell venni a szerkesztési szabályokat, amelyeket VS. 51. oldalán foglaltunk össze:

$$a \geq \begin{cases} \phi \\ 20 \text{ mm} \\ d_g + 5 \text{ mm} \end{cases} \quad a = 32 + 5 = 37 \text{ mm}$$



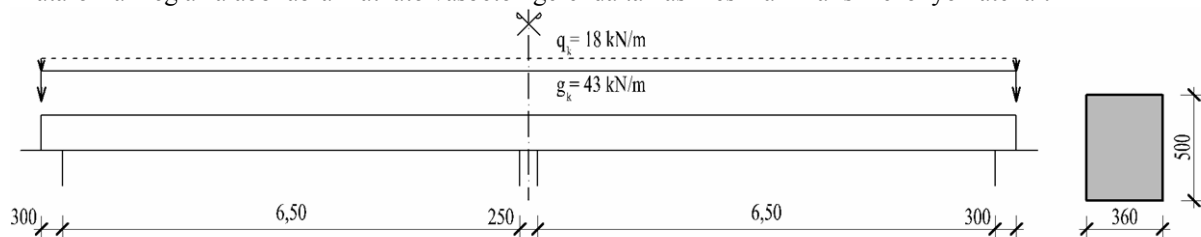
Ellenőrizzük, elfér-e $4\phi 16$ vas egy sorban! $2 \times (20 + 8) + 4 \times 16 + 3 \times 37 = 231 \text{ mm} < 250 \text{ mm} \quad R!$

² $M_{Rd} = M_{Ed}$, mert kihasznált keresztmetszetet tervezünk.

1.4. Háromtámaszú tartó keresztmetszeteinek tervezése hajlításra, a lehajlás egyszerűsített ellenőrzése

1.4.1. feladat

Határozza meg az alábbi ábrán látható vasbeton gerenda támasz- és maximális mezőnyomatékait



- (a) rugalmas számítással, tehersemákkal,
(b) képlékeny számítással (helyettesítő teherrel)!

$$g_k = 43 \text{ kN/m} \quad \gamma_G = 1.35 \quad q_k = 18 \text{ kN/m} \quad \gamma_Q = 1.5$$

Az állandó teher, g_k a gerenda önsúlyát is tartalmazza.

Megoldás

A teher maximális értéke: $p_{d,max} = 43 \times 1,35 + 18 \times 1,5 = 85,1 \text{ kN/m}$

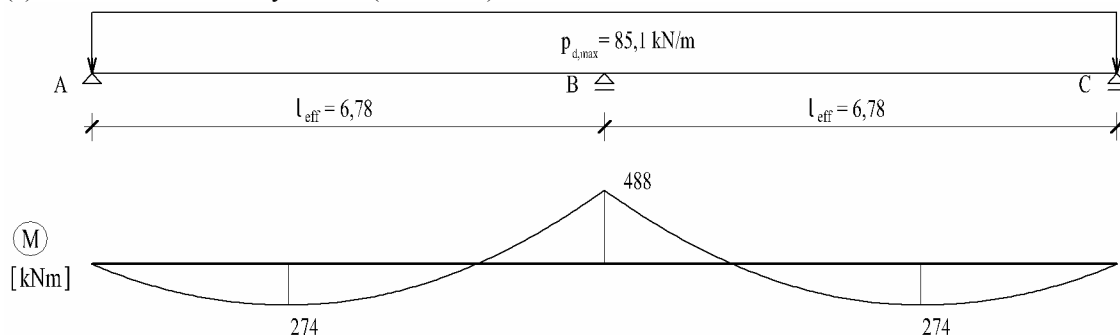
A teher minimális értéke: $p_{d,min} = 43 \times 1,35 + 0 = 58,1 \text{ kN/m}$

(Ha az állandó teher csökkentené a nyomatékot, akkor $\gamma_G = 1$ -et kellene figyelembe venni)

Elméleti támaszköz:

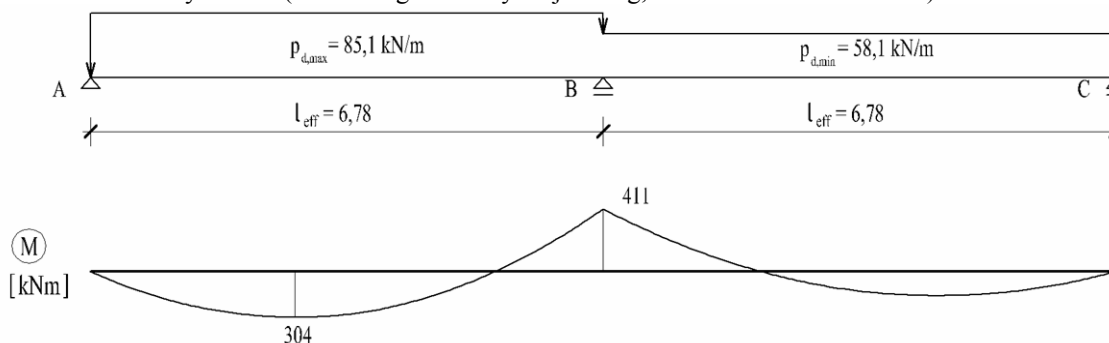
$$l_{eff} = 6.5 + \frac{\min(0.3; 0.5)}{2} + \frac{\min(0.25; 0.5)}{2} = 6.78 \text{ m}$$

(a) A maximális támasznyomaték (VS. 12. o.)



$$M_B = p_{d,max} \frac{l_{eff}^2}{8} = 85,1 \frac{6,78^2}{8} = 488 \text{ kNm}$$

Maximális mezőnyomaték (Csak a végeredményt adjuk meg, utalva a VS. 12. oldalára!)

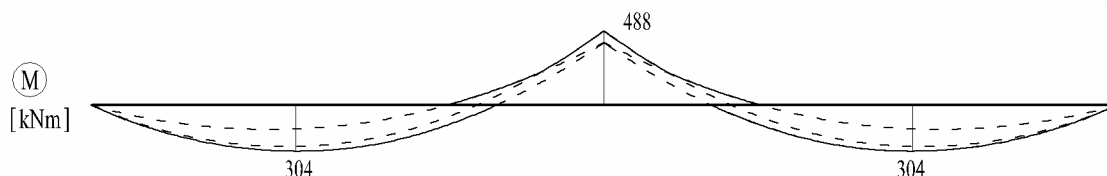


$$M_B = (p_{Ed\max} + p_{Ed\min}) \frac{l_{eff}^2}{16} = 411,4 \text{ kNm}$$

$$A = \frac{p_{Ed\max} l_{eff}}{2} - \frac{M_B}{l_{eff}} = 228 \text{ kN}$$

A mezőben: $M_m = \frac{A^2}{2p_{Ed\max}} = 304 \text{ kNm}$

A szélső nyomatéki értékek burkolóábrája:



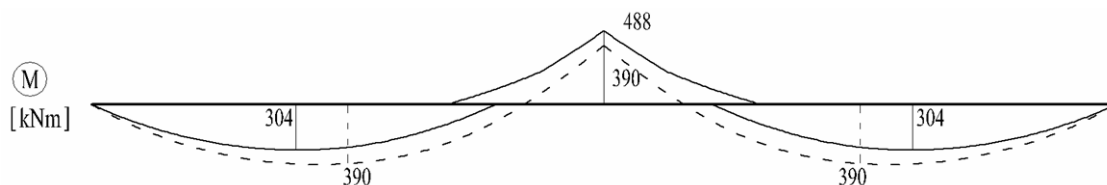
(b) A helyettesítő teher (VS. 13. o., az alkalmazhatósági feltételek teljesülnek, a 6.1.2. pontban foglaltak közül a képlékeny csukló elfordulási képességének igazolására itt most nem térünk ki):

$$p_{Ed}' = \gamma_G g_k + 1.5 \gamma_Q q_k = 1,35 \times 43 + 1,5 \times 1,5 \times 18 = 98.55 \text{ kN/m}$$

$$M_B = M_m = p_{Ed}' \frac{l_{eff}^2}{11.6} = 390 \text{ kNm}$$

(Vagyis M_B kb. 100 kNm-rel $\sim 20\%$ -kal – csökken, M_m pedig ~ 90 kNm-rel nő.)

Az alábbi M-ábrán együtt mutatjuk be a rugalmas és a képlékeny nyomatékátrendeződés utáni nyomatékokat:



1.4.2. feladat

Tervezzük meg a vasbeton gerenda nyomatéki vasalását a rugalmas alapon számított nyomatékokat figyelembe véve!

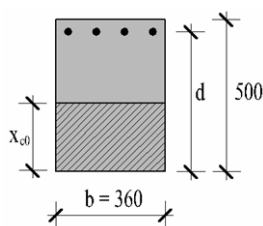
0C25/30 - 24/KK c_{nom} : 20 mm $d_g = 24$ mm
B.60.50 $\phi = 25$ mm $\phi_{kengyel} = 8$ mm

$$f_{cd} = \frac{25}{1.5} = 16.7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

Megoldás

(a) Támasznyomaték: $M_{Ed} = M_B = 488 \text{ kNm}$ $\xi_{co} = 0.49$ $\xi'_{co} = 2.11$ (VS. 7. o.)



$$d = 500 - 20 - 8 - \frac{25}{2} = 459 \text{ mm}$$

A nagy hajlítónyomaték egyensúlyozásához várhatóan nyomott vasalásra is szükség lesz. Először ezúttal ezt próbáljuk igazolni:

$$x_{co} = 0.49 \cdot 459 = 225 \text{ mm}$$

$$M_{Rdo} = x_{co} b f_{cd} (d - \frac{x_{co}}{2}) = 225 \times 360 \times 16.7 \times (459 - \frac{225}{2}) =$$

$$= 4.687 \times 10^8 \text{ Nmm} = 468,7 \text{ kNm} < M_B = 488 \text{ kNm} \Rightarrow \text{valóban,}$$

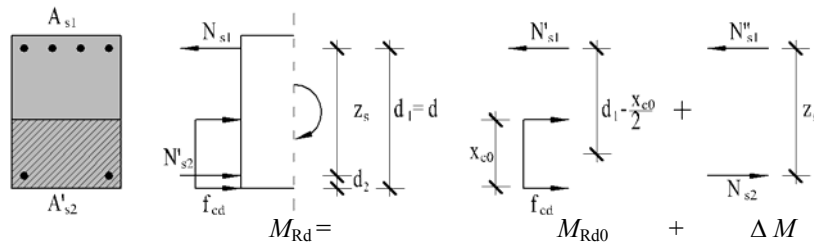
nyomott acélt is terveznünk kell. (Nem engedjük meg, hogy $x_c > x_{co}$ legyen, azaz hogy a húzott acél ne folyjék meg.)

Egyenletek: $\Sigma N = 0$, $\Sigma M = 0$ Ismeretlenek: A_{s1}, A_{s2} , ($x_c = x_{co}$)

$$d_1 = d = 459 \text{ mm}$$

$$d_2 = 20 + 8 + 20/2 = 38 \text{ mm}$$

$$z_s = d_1 - d_2 = 421 \text{ mm}$$



$$M_{Rd} = M_{Ed} \Rightarrow \Delta M = M_{Ed} - M_{Rd0} = 488 - 468,7 = 19,3 \text{ kNm}$$

$$\text{Megfolyik-e a nyomott acél? } \xi_{c2} = \frac{x_c}{d_2} = \frac{225}{38} = 5,92 > \xi'_{co} = 2,11 \quad (\text{VS. 7.o.}) \text{ rendben!}$$

(Gerendáknál, ha $x_c \approx x_{co}$ ez várható: $\xi_{c2} = x_{co}/d_2$ is nagyra adódik)

$$\Delta M = f_{yd} A_{s2} z_s \Rightarrow A_{s2} = \frac{19,3 \times 10^6}{435 \times 421} = 105,4 \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s2} + \frac{M_{Rd0}}{f_{yd} (d_1 - \frac{x_{co}}{2})} = 105,4 + \frac{468,7 \times 10^6}{435(459 - 113)} = 3220 \text{ mm}^2$$

$$7\phi 25 \rightarrow A_{s1} = 3436 \text{ mm}^2 \quad \rho = 21\% > \rho_{min} = 1,3\%$$

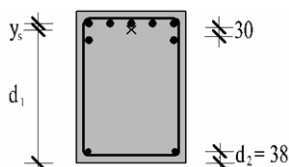
$2\phi 20 \rightarrow A_{s2} = 628 \text{ mm}^2$ (a mezőben alkalmazott acélbetéteket várhatóan hasznosíthatjuk a támasznál nyomott vasként – ld. a (b) pontban)

Megjegyzendő, hogy a méretezett nyomott vasalás esetén a kengyeltávolságot korlátozni kell. ($s_s \leq 12\phi_{min}$, VS. 54. o.)

A 7 acélbetét nem fér el egy sorban. A vasak közti távolság legalább

$$a = \max \left\{ \begin{array}{l} 20\text{mm} \\ \phi \\ d_g + 5\text{mm} \end{array} \right\} = 29 \text{ mm kell legyen!}$$

A felső sorban 5 acélbetét fér el: $5 \times 25 + 4 \times 29 + 2 \times (20+8) = 297 \text{ mm} < 360 \text{ mm}$



Ez a keresztmetszet nem biztos, hogy megfelel, mert a hatékony magasság, d_1 kisebb mint amekkorát feltételeztünk.

$$y_s = 55 \frac{2}{7} = 15,7 \text{ mm}$$

$$d_1 = 500 - 20 - 8 - 25/2 - 15,7 = 444 \text{ mm}$$

$$z_s = d_1 - d_2 = 444 - 38 = 406 \text{ mm}$$

Ellenőrzés (M_{Rd} meghatározása)

$\Sigma N = 0$ (feltételezzük, hogy az acélbetétek megfolynak): $b x_c f_{cd} + A'_{s2} f_{yd} = A_{s1} f_{yd}$

$$360 \cdot x_c \cdot 16,7 + 628 \cdot 435 = 3436 \cdot 435 \Rightarrow x_c = 203 \text{ mm}$$

$$\xi_{c1} = \frac{203}{444} = 0,46 < \xi_{co} = 0,49$$

$$\xi_{c2} = \frac{203}{38} = 5,34 > \xi_{co}' = 2,11 \Rightarrow \text{a húzott és nyomott acélok egyaránt valóban folyási állapotban}$$

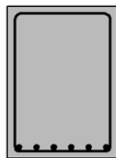
vannak.

$$\Sigma M = 0: M_{Rd} = A_{s2} f_{yd} z_s + x_c b f_{cd} z = (628 \times 435 \times 406 + 203 \times 360 \times 16,7 \times 341) \times 10^{-6} = 527,1 \text{ kNm} > M_{Ed}$$

$$\text{ahol } z = d_1 - \frac{x_c}{2} = 444 - \frac{203}{2} = 342 \text{ mm,} \quad \text{megfelel!}$$

A keresztmetszetbe lényegesen több nyomott acélbetétet tettünk, mint a számított, ez az oka annak, hogy a d_1 csökkenése ellenére a keresztmetszet megfelel.

(b) Mezőnyomaték: $M_{Ed} = 304 \text{ kNm}$



Részletek nélkül:

$$x_c = 127 \text{ mm}$$

$$A_s = 1757 \text{ mm}^2 \quad d = 462$$

6 $\phi 20 \Rightarrow$
(elfér egy sorban)

$$A_{s,prov} = 1885 \text{ mm}^2$$

1.4.3. feladat

Határozzuk meg az 1. és 2. feladatban adott vasbeton gerenda nyomatéki vasalását a helyettesítő teherrel, képlékeny alapon meghatározott igénybevételekre!

Megoldás

$$M_{Ed} = M_B = M_m = 390 \text{ kNm} < M_{Rd0} = 468,7 \text{ kNm}$$

Ha csak a húzott vasalást tervezünk, a $\Sigma M_s = 0$ feltételből $\xi_c = 0,375$ adódik. A képlékeny igénybevétel átrendeződés miatt azonban teljesülnie kell a $\xi_c < \xi_{c,pl}$ feltételnek, ahol $\xi_{c,pl} = 0,36$ (VS. 18. o.).

Legyen tehát $\xi_c = \xi_{c,pl} = 0,36$, és határozzuk meg, mekkora nyomott vaskeresztmetszet szükséges ehhez³:

$$M_{Rd, \xi_{c,pl}} = x_{c,pl} b f_{cd} \left(d - \frac{x_{c,pl}}{2} \right) = 0,36 \cdot 459 \cdot 360 \cdot 16,7 \cdot \left(459 - \frac{0,36 \cdot 459}{2} \right) \cdot 10^{-6} = 373,9 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rd, \xi_{c,pl}} = 390,0 - 373,9 = 16,1 \text{ kNm}$$

$$A_{s2} = \frac{\Delta M}{f_{yd} z_s} = \frac{16,1 \cdot 10^6}{435 \cdot (459 - 38)} = 88 \text{ mm}^2$$

Ez a nyomott vasmennyiség a keresztmetszet sarkaiban végigvezetendő acélbetétekkel biztosított, de emellett gondoskodni kell a megfelelő kengyelsűrűségről ($s_s \leq 12 \phi_{\min}$, VS. 54. o.) is.

$$A_s = A_{s2} + \frac{M_{Rd, \xi_{c,pl}}}{f_{yd} \left(d_1 - \frac{\xi_{c,pl}}{2} \cdot d_1 \right)} = 88 + \frac{373,9 \cdot 10^6}{435 \cdot \left(459 - \frac{0,36 \cdot 459}{2} \right)} = 88 + 2283 = 2371 \text{ mm}^2 \Rightarrow \underline{5 \phi 25}$$

³ Az előírások szerint a képlékeny csukló elfordulási képességét is igazolni kell (VS. 18. o.), de ezzel itt most nem foglalkozunk.

$$A_{s,prov} = 2454 \text{ mm}^2, \text{ elfér egy sorban.}$$

Vessük össze a két változat húzott vasalására kapott eredményeket!

	Rugalmas M	Képlékeny M
Támasz	7 ϕ 25 (3436 mm ²)	5 ϕ 25 (2454 mm ²)
Mező	6 ϕ 20 (1885 mm ²)	5 ϕ 25 (2454 mm ²)

Megállapíthatjuk, hogy a képlékeny igénybevétel átrendeződés figyelembe vétele a tervezés során a vasalás egyenletesebb eloszlását eredményezi. Ugyanakkor, ha figyelembe vesszük hogy esetünkben két mezőről és egy támaszról van szó, és hogy a húzott mezővasalást szinte az egész tartón végigvezetjük, a támasz fölöttinek viszont csak kis részét, akkor belátható, hogy vasalást nem takarítunk meg a képlékeny nyomatókátrendeződés figyelembe vételével ($\Sigma A_{s,el} = 3436 + 2 \cdot 1885 = 7206 \text{ mm}^2 < \Sigma A_{s,pl} = 2454 + 2 \cdot 2454 = 7362 \text{ mm}^2$).

1.4.4. feladat

Ellenőrizzük a 1.4.2. feladat szerinti kialakítású háromtámaszú tartót lehajlásra!

Megoldás

A követelmény: a lehajlás nem lehet nagyobb, mint a támaszköz 250-ed része, amit az

$$\frac{l/K}{d} \leq \alpha(l/d)_{eng} \text{ feltétel teljesülésével ellenőrzünk (VS. 42. o.).}$$

A baloldalon álló kifejezés a *tényleges karcsúságot* jelenti: a nyomatóki 0-pontok közötti közelítő távolság és a hatékony magasság aránya. A feladat esetében $l = l_{eff} = 6,78 \text{ m}$, $K = 1,3$ (töbttámaszú gerenda szélső mezője, VS 43. o.), $d = 462 \text{ mm}$, így

$$\frac{l/K}{d} = \frac{6780/1,3}{462} = 11,3$$

A jobboldalon álló kifejezés a karcsúság határértéke, ami a betonminőségtől, a fajlagos terheléstől, a tartós terhek arányától és a kihasználtságtól függ.

a) *Közelítően* tegyük fel, hogy $\alpha = 1$

$$\frac{p_{Ed}}{b} = \frac{85,1}{0,36} = 236 \text{ kN/m}^2$$

VS 43. oldal táblázatából interpolációval: $(l/d)_{eng} = 13,3 > 11,3$ a gerenda lehajlásra megfelel.

b) *Pontosítás* a tényleges terheket figyelembe véve

A feltétel jobboldalán álló α módosító tényező:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \beta \frac{p_{Ed}}{p_{qp}}} \quad (\text{VS 39. o.}), \text{ ahol } \beta = \frac{M_{Rd}}{M_{Ed}} \frac{500}{f_{yk}} \quad \text{vagy közelítően: } \beta = \frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} \frac{500}{f_{yk}}$$

Itt is közelítésként $\beta=1$ helyettesíthető, mert az acélkeresztmetszet realizálási többlet nem jelentős⁴ és $f_{yk}=500 \text{ N/mm}^2$. Az α érték meghatározásához:

$$p_{Ed} = 85,1 \text{ kN/m}$$

A teher kvázi állandó értéke (VS. 9. o.):

$$p_{qp} = g_k + \psi_2 q_k = 43 + 0,3 \times 18 = 48,4 \text{ kN/m}$$

A terhek aránya:

$$p_{Rd}/p_{qp} \approx p_{Ed}/p_{qp} = 85,1/48,4 = 1,76$$

⁴ A mezőben rugalmas igénybevétel számításnál $\beta = \frac{1885}{1757} = 1,072$, képlékeny igénybevétel-átrendeződés

figyelembe vételével $\beta = \frac{2454}{2371} = 1,035$ volt. (A lehajlás szempontjából a mezőben alkalmazott vasmennyiség – a mező merevsége – a lényeges, ami képlékeny igénybevétel-átrendeződés esetén előnyösebb.

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 1.76} = 0.94$$

$$\frac{p_{Ed}}{b} = \frac{85.1}{0.36} = 236 \text{ kN/m}^2 \text{ (mint a)-nál}$$

VS 43. oldal táblázatából interpolációval: $(l/d)_{eng} = 13.3$ (mint a)-nál)

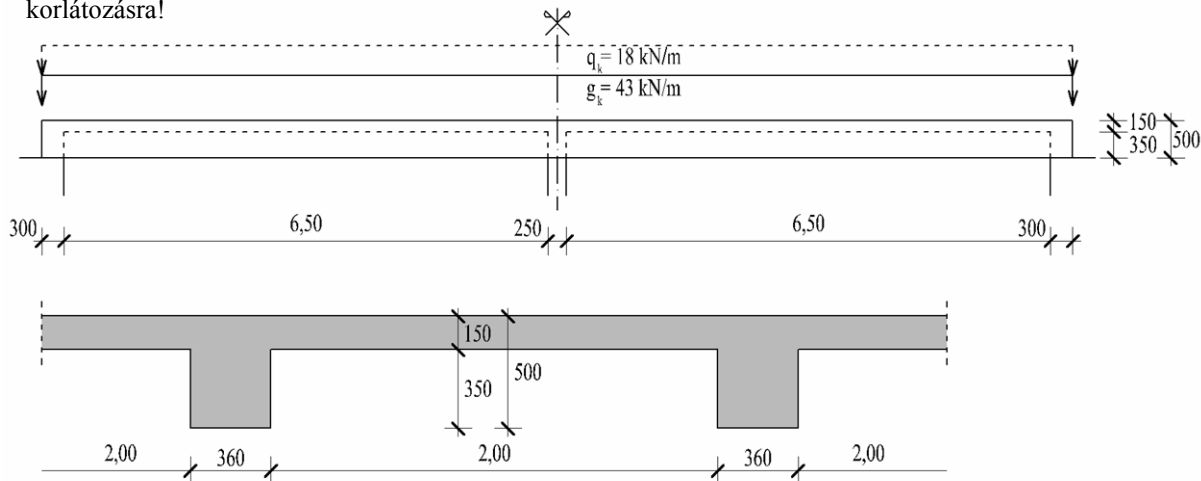
$$\alpha(l/d)_{eng} = 0.94 \cdot 13.3 = 12.4 > 11.3, \text{ a gerenda lehajlásra megfelel!}$$

1.5. Fejlemez és földmgerenda keresztmetszeteinek tervezése hajlításra

Feladat

Az 1.4. feladatban adott gerendát egybeépítették a vasbeton lemezzel, a mellékelt ábra szerint. Terhek, anyagjellemzők megegyeznek a korábbiakkal.

Határozzuk meg a gerenda vasalását hajlításra a rugalmas igénybevételek mellett, és ellenőrizzük a tartót lehajlás korlátozásra!

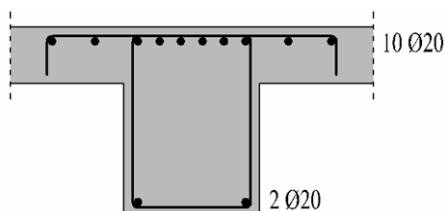


Megoldás

Az igénybevételek számítása megegyezik az 1.4.feladat szerinti rugalmas igénybevételekével.

Nyomatéki vasalás a középső támasznál:

A negatív nyomatékra tervezett húzott vasalás egy része – az összes vasmennyiség kb. 20-20%-a – a gerincen kívül is elhelyezhető, ezért a szükséges vasalás elfér egy sorban, és így a belső erőkar nagyobb lesz. Emiatt 10 db $\phi 20$ húzott vasalás elégséges (3436 mm^2 helyett csak 3140 mm^2). Az alsó sarkokban végigfutó 2 $\phi 20$ vasbetét, mint nyomott vasalás figyelembe vételével:



$$\Sigma N=0: x_c = \frac{(3140 - 628) \cdot 435}{360 \cdot 16.7} = 182 \text{ mm}$$

$$d_1 = 500 - 20 - 8 - 20/2 = 462 \text{ mm} \quad \frac{x_c}{d_1} = \frac{182}{462} = 0.39 < \xi_{co} = 0.49$$

$$d_2 = 38 \text{ mm (mint 1.4.-ben)} \quad \frac{x_c}{d_2} = \frac{182}{38} = 4.79 > \xi_{co,2} = 2.11,$$

azaz mind a húzott, mind a nyomott vasalás megfolyik a keresztmetszet törésekor:

$$M_{Rd} = (3140 - 628) \cdot 435 \cdot (462 - 182/2) \cdot 10^{-6} + 628 \cdot 435 \cdot (462 - 38) \cdot 10^{-6} = 405.4 + 115.8 = 521.2 \text{ kNm}$$

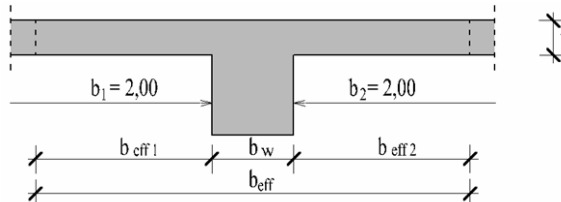
$$\geq M_{Ed} = 488 \text{ kNm}$$

Nyomatéki vasalás a mezőben:

T-keresztmetszetet kell figyelembe venni négyszög szelvény helyett (VS. 18. o.)

$$l_o \approx 0.85 l_{eff} = 0.85 \cdot 6.78 = 5.76 \text{ m} \quad b_1 = b_2 = 2.0 \text{ m}$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = \min \left\{ \begin{array}{l} b_1 / 2 = b_2 / 2 = 2.0 / 2 \\ 0.2 l_o = 1.152 \\ 0.1 b_1 + 0.1 l_o = 0.776 \\ 6t = 6 \cdot 0.15 = 0.9 \end{array} \right\} = 0.776 \text{ m}$$



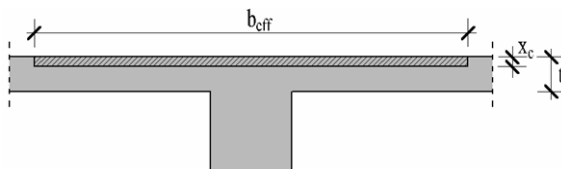
$$b_{eff} = b_w + 2b_{eff1} = 0.36 + 2 \times 0.776 = 1.912 \text{ m}$$

Tételezzük fel, hogy $x_c < t$! Ebben az esetben a méretezést úgy végezhetjük, mint egy b_{eff} szélességű négyszög szelvényű gerendáét.

A részletek mellőzésével ($M_{Ed} = 304 \text{ kNm}$):
 $x_c = 21.2 \text{ mm} (< t)$

$\xi_c = 0.0458 < \xi_{co}$, az acélbetétek folyási állapotban vannak, $A_s = 1550 \text{ mm}^2$

5 $\phi 20$ acélbetét esetén $A_{s,prov} = 1571 \text{ mm}^2$
Ellenőrzés: $M_{Rd} = 308.2 \text{ kNm} > M_{Ed}$



Figyeljük meg, hogy a nagyobb belső erőkar miatt a vasak száma 6-ról 5-re csökkent!

Lehajlás korlátozás ellenőrzése:

Alulbordás födém megengedett l/d aránya VS. 40. o. táblázata szerint $\frac{p_{Ed}}{b_{eff}} = \frac{85.1}{1.912} = 44.51 \text{ kN/m}^2$ esetén:

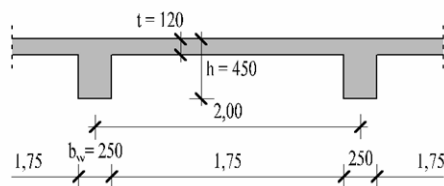
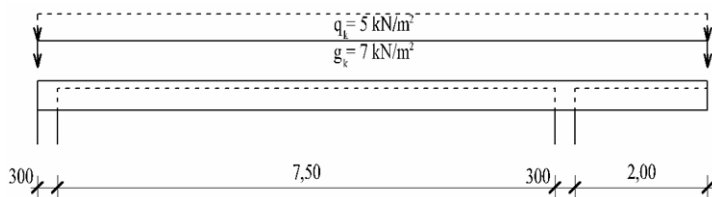
$$(l/d)_{eng} > 16.0$$

Ez lényegesen nagyobb mint $\frac{l_{eff} / K}{d} = 11.3$, vagyis a gerenda a merevségi követelménynek megfelel, mérete merevségi szempontból akár csökkenthető is lenne.

1.6. Kéttámaszú konzolos alulbordás födémgerenda keresztmetszeteinek tervezése hajlítással

Feladat

Határozzuk meg az alábbi alulbordás födém bordájának nyomatéki vasalását!



$g_k = 7 \text{ kN/m}^2$	$q_k = 5 \text{ kN/m}^2$	C16/20	$\phi = 18 \text{ mm}$	
$\gamma_G = 1.35$	$\gamma_Q = 1.5$	B 60.40	$\phi_k = 8 \text{ mm}$	$c_{nom} = 20 \text{ mm}$

Megoldás

$$l_{eff} = 7,5 + 0,3 = 7,8 \text{ m (mező)} \quad l_{eff,k} = 2 + \frac{\min(0,45; 0,3)}{2} = 2,15 \text{ m (konzol)}$$

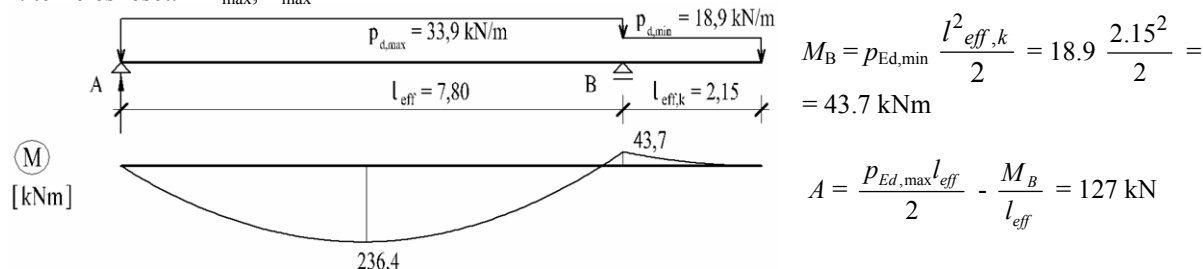
A bordára jutó teher:

$$p_{Ed,max} = b(\gamma_G g_k + \gamma_Q q_k) = 2 \cdot (1,35 \cdot 7 + 1,5 \cdot 5) = 33,9 \text{ kN/m}$$

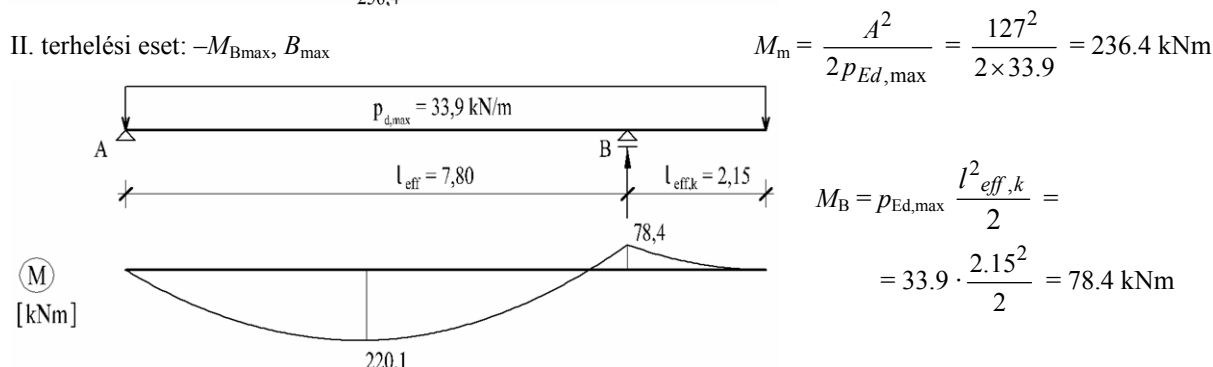
$$p_{Ed,min} = b \gamma_G g_k = 2 \cdot 1,35 \cdot 7 = 18,9 \text{ kN/m}$$

A tartó statikailag határozott \rightarrow nem szabad képlékenyen számolni a nyomatékokat!

I. terhelési eset: $+M_{max}, A_{max}$



II. terhelési eset: $-M_{Bmax}, B_{max}$

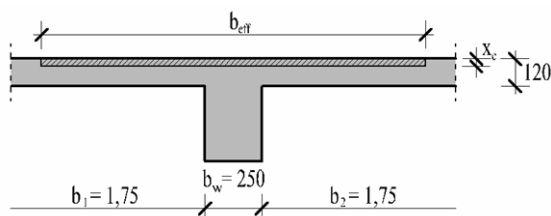


(a) Keresztmetszet tervezése a mezőben

A pozitív nyomatékra igénybevett szakaszon a gerenda a fejelemmel együtt dolgozik. Az együttdolgozó fejlemez szélesség számításához (VS. 18. o.) ismernünk kell a nyomatéki 0-pontok távolságát (l_0). Konzolos gerenda esetén ez pontosabb számítást igényel:

$$\frac{33,9 \cdot l_0^2}{8} = 236,4 \text{ kNm} \rightarrow l_0 = 7,47 \text{ m}$$

$$(> 0,85 l_{eff} = 0,85 \cdot 7,8 = 6,63 \text{ m} !)$$



$$b_1 = (b - b_w) = 1,75 \text{ m}$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = \min \left\{ \begin{array}{l} b_1 / 2 = 0,875 \\ 0,2 l_0 = 0,2 \cdot 7,47 = 1,49 \\ 0,1 l_0 + 0,1 b_1 = 0,747 + 0,175 = 0,92 \\ 6t = 6 \cdot 0,12 = 0,72 \end{array} \right\} = 0,72 \text{ m}$$

$$b_{eff} = b_w + b_{eff1} + b_{eff2} = 1,69 \text{ m}$$

Tegyük fel, hogy a nyomott zóna a felső övben a lemezben alakul ki, és az acélok folyási állapotban vannak! Ekkor a vasalás tervezése úgy történik, mintha egy b_{eff} szélességű gerendát terveznénk!

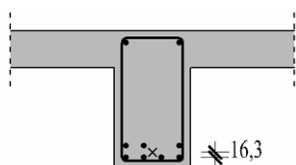
$$\text{A részletek mellőzésével: } f_{cd} = \frac{16}{1.5} = 10.7, \quad f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 348$$

$$d = 413 \text{ mm} \quad x_c = 33.0 \text{ mm} < 120 \text{ mm} \quad \xi_c = 0.08 < \xi_{co} = 0.53$$

Vagyis az acél megfolyik, és a nyomott zóna a felső övben van!

$$A_s = 1716 \text{ mm}^2 \quad 7 \phi 18 \rightarrow A_{s,prov} = 1781 \text{ mm}^2 \quad \rho = \frac{A_s}{b_w d} = 17.3\text{‰} > \rho_{min} = 1.3\text{‰}$$

7 acélbetét nem fér el egy sorban!

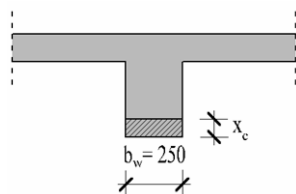


Ellenőrzés (a részletek mellőzésével)

$$d = 396.7 \text{ mm}, \quad x_c = 34.5 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = 235.2 \text{ kNm} \approx M_{Ed} = 236.4 \text{ kNm} \quad (0.5\% \text{ hiány megengedhető})$$

(b) Vasalás tervezése a támasznál



A húzott zóna felül van, ezért olyan mintha a fejlemez ott se lenne!

$b_w = 0.25 \text{ m}$ szélességű gerendaként tervezzük!

$$M_{Ed} = 78.4 \text{ kNm}$$

A részletek mellőzésével: $d = 413 \text{ mm}$,

$$x_c = 78.6 \text{ mm}$$

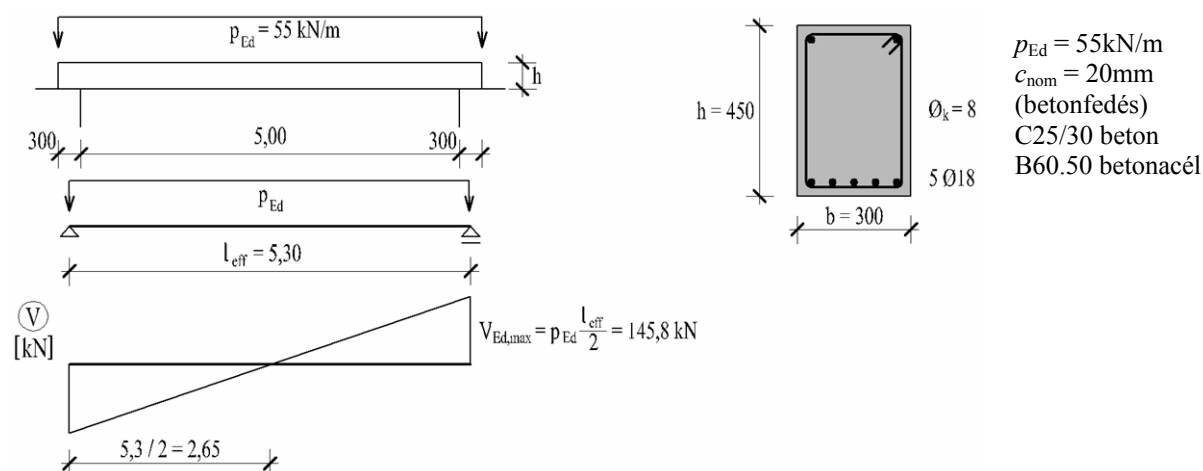
$$\xi_c = 0.19 < \xi_{co}, \quad A_s = 602.8 \text{ mm}^2$$

$$3 \phi 18 \rightarrow A_{s,prov} = 763.4 \text{ mm}^2$$

1.7. Kéttámaszú gerenda nyírési méretezése

Feladat

Határozzuk meg az alábbi ábrán látható vasbeton gerenda kengyelezését, ha a hosszvasakat nem hajlítjuk fel! A kengyelátmérőt vegyük fel 8 mm-nek, ha szükséges, ezt módosítjuk!



$$f_{cd} = \frac{25}{1.5} = 16,7 \text{ N/mm}^2 \quad f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2 \quad f_{ctd} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 413 \text{ mm} \quad A_s = 1272 \text{ mm}^2 \quad \rho = 10,3\% > \rho_{\min} = 1,35\% \quad \text{R!}$$

Megoldás

A beton által felvehető nyíróerő: $V_{Rd,c} = cbdf_{ctd}$

Biztonság javára történő közelítésként a húzott hosszvasalás kedvező hatását elhanyagoljuk, és a c értékek táblázatából (VS 22.o.) a $\rho = 0$ értékhez tartozó első sor adatait használjuk, valamint d szerint lineáris interpolációt végzünk: $c = 0,323$

$$V_{Rd,c} = 0,323 \times 300 \times 413 \times 1,2 = 48000 \text{ N} = 48,0 \text{ kN} < 145,8 \text{ kN}$$

Ellenőrzés: $V_{Rdc} < V_{Ed,max}$, ezért szükséges méretezett nyírási vasalás!

A nyomott beton rácsrúd teherbírásához tartozó határnyíróerő ($V_{Rd,max}$) (VS. 24.o.) (Nyírási vasalással megfelelhet-e a gerenda, azaz vasalható-e a gerenda?)

Hajlítási méretezés nélkül z értéke közelítőleg:

$$z \approx 0,9d = 0,9 \times 413 = 372 \text{ mm}, \quad \nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54$$

$$V_{Rd,max} = 0,5bz \nu f_{cd} = 0,5 \times 300 \times 372 \times 0,54 \times 16,7 \times 10^{-3} = 503,2 \text{ kN} > V_{Ed,max} \\ \Rightarrow \text{a gerenda nyírásra vasalható!}$$

A függőleges síkokban elhelyezett kengyelek által felveendő nyíróerő (V_{Rds}) (VS 24.o.)

$V_{Rds} = V_{Ed,max}$ (A nyírási vasalást a teljes nyíróerőre méretezzük)

$$V_{Rd,s} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = V_{Ed,max} \Rightarrow s_{req} = z \frac{A_{sw} f_{ywd}}{V_{Ed,max}} = \frac{372 \times 101 \times 435 \times 10^{-3}}{145,8} = 112,1 \rightarrow \underline{\phi 8/100}$$

(a támasztól, ill. a gerenda végétől befelé)

A fenti összefüggésben $A_{sw} = 101 \text{ mm}^2$ két $\phi 8$ kengyelcső keresztmetszeti területe (VS. 7. oldal 1. táblázat), ugyanis a ferde nyírási repedés a kengyel két függőleges szárát keresztezi..

Maximális kengyeltávolság (VS 55. o.):

$$s_{max} = 0,75d = 310 \text{ mm} \rightarrow \underline{\phi 8/300}$$

A minimális nyírási vashányad ellenőrzése a maximális (300 mm-es) kengyeltávolság esetén:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s_{max} b_w} = \frac{101}{300 \times 300} = 1,12\% > \rho_{w,min} = 0,8\% \quad (\text{VS. 55. o.}), \text{ rendben!}$$

A tartó hossza mentén 2-féle kengyelezést fogunk alkalmazni: $s_1 = 100 \text{ mm}$, $s_2 = 300 \text{ mm}$, ez utóbbit a gerenda azon szakaszán, ahol $V_{Ed} < V_{Rds, \phi 8/300}$.

$$V_{Rd,s300} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{372}{300} 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 54,4 \text{ kN} > V_{Rd,c}$$

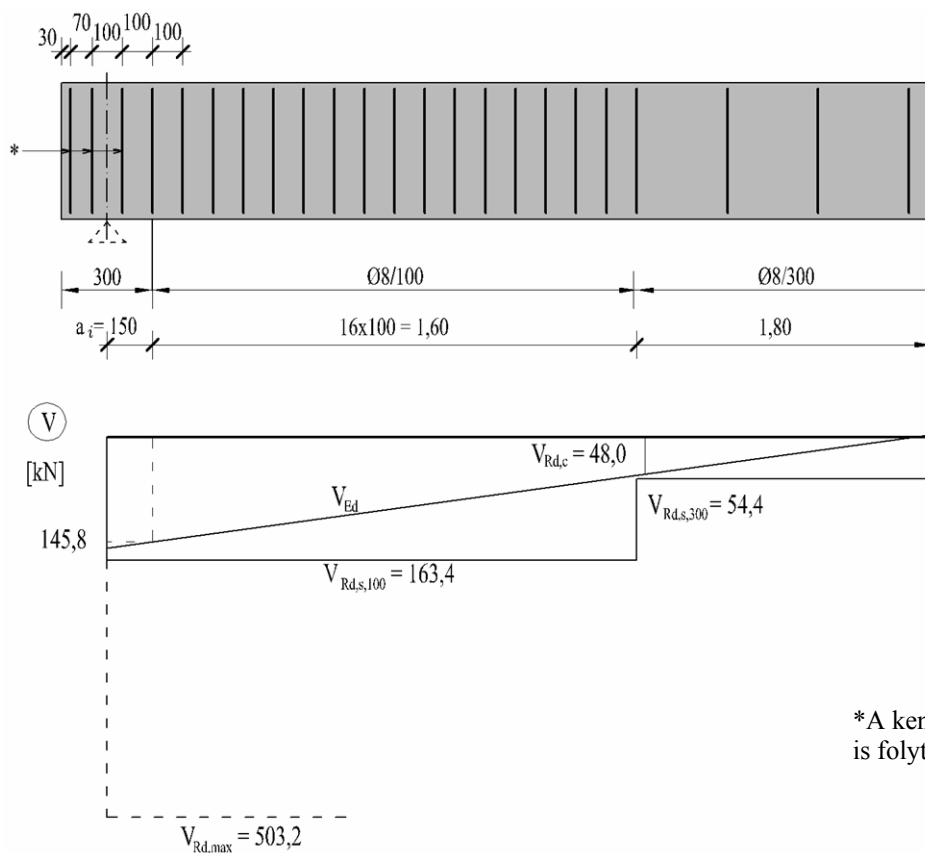
$$V_{Rd,s100} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{372}{100} 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 163,4 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \max(V_{Rd,s}, V_{Rd,c})$$

Meddig szükséges a falsíktól számítva a sűrített kengyelezést alkalmazni?

$$l_w = \frac{V_{Ed,max} - \max(V_{Rd,c}, V_{Rd,s300})}{p_{Ed}} - a_i = \frac{145,8 - 54,4}{55} - 0,15 = 1,51 \text{ m}$$

A két szakaszhoz tartozó határnyíróerők burkolóábrája és a tervezett kengyelosztás:



1.8. Nyírási vasalás tervezése kengyelezés és felhajlított acélbetétek alkalmazásával

Feladat

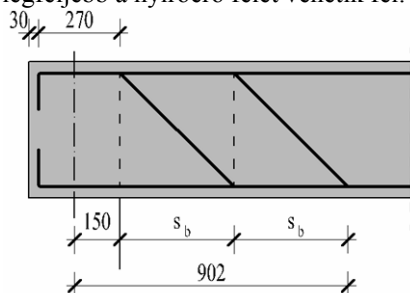
Határozzuk meg az előző példában adott vasbeton gerenda kengyelezését, ha a támasznál két, 45 fokban felhajlított $\phi 18$ acélbetétet alkalmazunk, az ábrán bemutatott geometria mellett. A szélső felhajlított acélbetét a támasz belső síkján érzékel fel, a következő pedig ott, ahol az előző vízszintes irányba fordul - egyszeres eltolású rácsoszás, lásd VS 27. o. ábráját!

Megoldás

A nyomott rácsrúd töréséhez tartozó határnyíróerő (VS 23. o., a táblázat 4. oszlopa):

$$V_{Rd,max} = 0,75 b_w z \nu f_{cd} = 0,75 \times 300 \times 372 \times 0,54 \times 16,7 \times 10^{-3} = 752,8 \text{ kN} > V_{Ed,max} = 145,8 \text{ kN} \Rightarrow \text{nyírásra vasalható}$$

Az Eurocode szerint a nyíróerőnek legalább a felét kengyelekkel kell egyensúlyozni, a felhajlított vasak tehát legfeljebb a nyíróerő felét vehetik fel. Vizsgáljuk meg a megadott felhajlított acélbetéteket ebből a szempontból:



A felhajlított acélbetétek osztástávolsága:

$$s_b = 450 - 2(20 + 8 + \frac{18}{2}) = 376 \text{ mm}$$

A felhajlított acélbetétek által elvileg felvehető nyíróerő (VS. 24.o.):

$$V_{Rds}^b = \sqrt{2} \frac{z}{s_b} A_{sw} f_{yd} = \sqrt{2} \frac{372 \times 254 \times 435}{376} \times 10^{-3} = 154,7 \text{ kN} > \frac{V_{Ed,max}}{2},$$

tehát elegendő – de egyben szükséges is - a nyíróerő felét kengyelezéssel kell felvenni (VS 54. o.). A szükséges kengyelosztás az elméleti támasznál:

$$s_{req} = \frac{z A_{sw} f_{ywd}}{0,5 V_{Ed,max}} = \frac{372 \cdot 101 \cdot 435}{0,5 \cdot 145,8 \cdot 10^3} = 223 \text{ mm} \rightarrow \phi 8/200$$

A felhajlított acélbetétekkel tervezett tartószakasz határán $V_{Ed} = V_{Ed,max} - p_d \times 0,902 = 96,14 \text{ kN}$

Itt már a teljes nyíróerőt kengyelezéssel kell egyensúlyozni, ezért az itt alkalmazandó kengyeltávolság:

$$s_{req} = \frac{z A_{sw} f_{ywd}}{96,14} = 169 \text{ mm} \rightarrow \phi 8/150$$

Ezt az intenzitást a támasz irányában – az alábbi ábrán balra - is megtartjuk.

Az alkalmazott kengyeltávok $s_1 = 150 \text{ mm}$

$s_2 = 300 \text{ mm}$

A sűrűbb kengyelezést ugyanolyan hosszan kell (befelé) a mező irányában tervezni, mint az előző feladatban.

$$V_{Rd,s150} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{372}{150} 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 108,8 \text{ kN}$$

Mivel a felhajlított acélbetétekkel legfeljebb a nyíróerő fele egyensúlyozható, a felhajlításokkal tervezett tartószakaszon a nyírási teherbírás ennek kétszerese.

A szélső $\phi 18$ -as felhajlított acélbetét lehorgonyzásának ellenőrzése:

$$l_b = c \phi = 40 \cdot 18 = 720 \text{ mm (VS. 52. o.)}$$

$$\text{-kihasználtság: } \frac{V_{Ed,max} - V_{Rd,s150}}{V_{Rds}^b} = \frac{145,8 - 108,8}{154,7} = 0,24, \text{ azaz 24\%-os}$$

-a szélső támasznál a felső öv sem húzott, sem nyomott, ezért a felhajlított vas lehorgonyzási hosszát $(0,7l_b + 1,3l_b) \cdot 0,5 = l_b$ -nek tekintjük (VS. 54. o.)

- a lehorgonyzási hossz számítási értéke kampózás miatt:

$$l_{b,eq} = \alpha_a l_b$$

$$\alpha_a = 0,7 \text{ (VS. 52. o.)}$$

-mivel a gerenda 300 mm-nél magasabb, a rossz tapadási feltételek miatt a lehorgonyzási hosszat 43%-kal meg kell növelni a felső vasakra vonatkozóan (VS 52. o.).

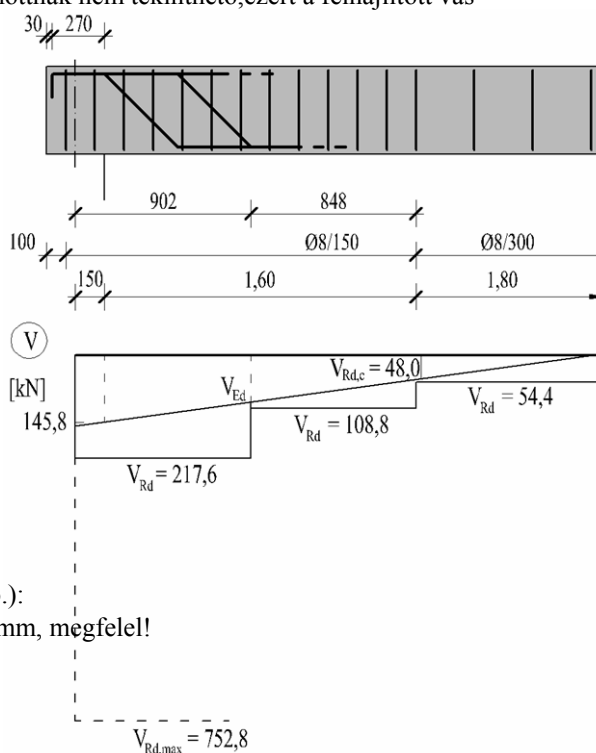
A fentiek alapján végezzük el az ellenőrzést:

$$l_{bd} = 1,43 \times 0,24 \times 0,7 \times 1 \times 720 = 173 \text{ mm}$$

$$< 270 \text{ mm, megfelel!}$$

-a minimális lehorgonyzási hossz ellenőrzése (VS. 52. o.):

$$l_{b,min} = \max\{10\phi; 100 \text{ mm}\} = 180 \text{ mm} < 270 \text{ mm, megfelel!}$$



1.9. Tartóvég ellenőrzése

Feladat

Ellenőrizzük az 1.8. feladat húzott hosszvasalásának tartóvégi lehorgonyzását!

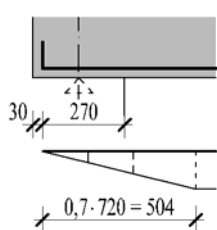
Megoldás

A lehorgonyyzandó húzóerő közelítő értéke (VS 25.o.):

$$F_{Ed} = 0,9V_{Ed} = 0,9 \cdot 145,8 = 131,2 \text{ kN}$$

Amennyiben a fel nem hajlított alsó $3\phi 18$ vasat a támaszig vezetjük, és a tartóvégen kampózzuk:

$$l_{b,eq} = 0,7 \times 720 = 504 \text{ mm}$$



A gerenda felfekvésének kezdetétől (a belső falsíktól) lehorgonyyzáshoz rendelkezésre álló hossz: $l_{b,tám} = 270 \text{ mm}$

Az $l_{b,tám} = 270 \text{ mm}$ hosszban a három kampózott $\phi 18$ -as acélbetéttel lehorgonyozható húzóerő:

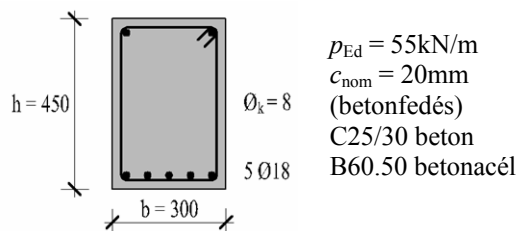
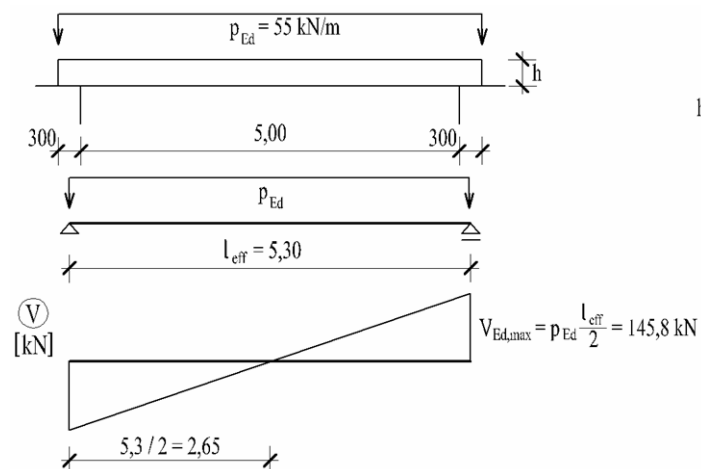
$$F_{Rd} = A_s f_{yd} \frac{l_{b,tám}}{\alpha_a l_b} = 3 \times 254 \times 435 \frac{270}{0,7 \times 720} 10^{-3} = 177,6 \text{ kN} > F_{Ed} \text{ megfelel!}$$

1.10. Kéttámaszú gerenda nyírási méretezése 45 foknál kisebb nyomott beton rácsrúd dőlésszög mellett⁵

Feladat

a) Határozzuk meg az 1.7. feladatban tárgyalt vasbeton gerenda kengyelezését arra az esetre, ha a nyomott beton rácsrúdak dőlésszögét 45° helyett $\theta = 30^\circ$ -osra választjuk, és hosszvasakat nem hajlítunk fel! A kengyelátmérőt vegyük fel 8 mm-nek, ha szükséges, ezt módosítjuk!

b) Hasonlítsuk össze a vasszükségletet az 1.7. feladat szerintivel!



⁵ Az Eurocode által megengedett ún. változó (45° -nál kisebb) rácsrúd dőlésszög melletti nyírási méretezés feltételeinek meghatározása céljából a szerző végzett kísérleteken alapuló kutatást [6]

$$f_{cd} = \frac{25}{1.5} = 16,7 \text{ N/mm}^2 \quad f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2 \quad f_{ctd} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 413 \text{ mm} \quad A_s = 1272 \text{ mm}^2 \quad \rho = 10,3\text{‰} > \rho_{\min} = 1,33\text{‰} \quad \text{R!}$$

Megoldás

a) A beton által felvehető nyíróerő: $V_{Rd,c} = 48,0 \text{ kN} < 145,8 \text{ kN}$ (változatlan)

Ellenőrzés: $V_{Rdc} < V_{Ed,max}$, ezért szükséges méretezett nyírási vasalás!

A nyomott beton rácsrúd teherbírásához tartozó határnyíróerő ($V_{Rd,max}$) (VS. 23.o.)

$$z \approx 0,9d = 0,9 \times 413 = 372 \text{ mm}, \quad \nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54$$

$$V_{Rd,max} = b_w z \nu f_{cd} \frac{\cot \alpha + \cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = 300 \cdot 372 \cdot 0,54 \cdot 16,7 \frac{0 + 1,732}{1 + 1,732^2} 10^{-3} = 435,8 \text{ kN} > V_{Ed,max}$$

\Rightarrow a gerenda nyírásra vasalható!

A fenti összefüggésben $\theta=30^\circ$ a nyomott rácsrúd dőlésszög, $\alpha=90^\circ$ a nyírási vasalási elemek vízszintessel bezárt szöge.

A függőleges síkokban elhelyezett kengyelek által felveendő nyíróerő (V_{Rds}) (VS 24.o.)

$V_{Rds} = V_{Ed,max}$ (A nyírási vasalást a teljes nyíróerőre méretezzük)

$$V_{Rds} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} (\cot \alpha + \cot \theta) \sin \alpha$$

$$\Rightarrow s_{req} = z \frac{A_{sw} f_{ywd}}{V_{Ed,max}} (\cot \alpha + \cot \theta) \sin \alpha = \frac{372 \times 101 \times 435 \times 10^{-3}}{145,8} (0 + 1,732) \cdot 1 = 194,2 \rightarrow \phi 8/175$$

(a támasztól, ill. a gerenda végétől befelé)

Minimális kengyelezés (1.7. feladat szerint): $\phi 8/300$, amelyre teljesül az előírt minimális nyírási vashányad.

A tartó hossza mentén 2-féle kengyelezést fogunk alkalmazni: $s_1 = 175 \text{ mm}$, $s_2 = 300 \text{ mm}$, ez utóbbit a gerenda azon szakaszán, ahol $V_{Ed} < V_{Rds, \phi 8/300} = 54,4 \text{ kN}$

Megjegyezzük, hogy a minimális kengyelezés teherbírását 45° -os rácsrúd dőlésszögnek megfelelő összefüggésből számítottuk (átvettük az 1.7. feladatból), mert a tartó belső szakaszán most is ezt feltételezzük, biztonságos közelítésként.

$$V_{Rds,300} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{372}{300} 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 54,4 \text{ kN} > V_{Rd,c}$$

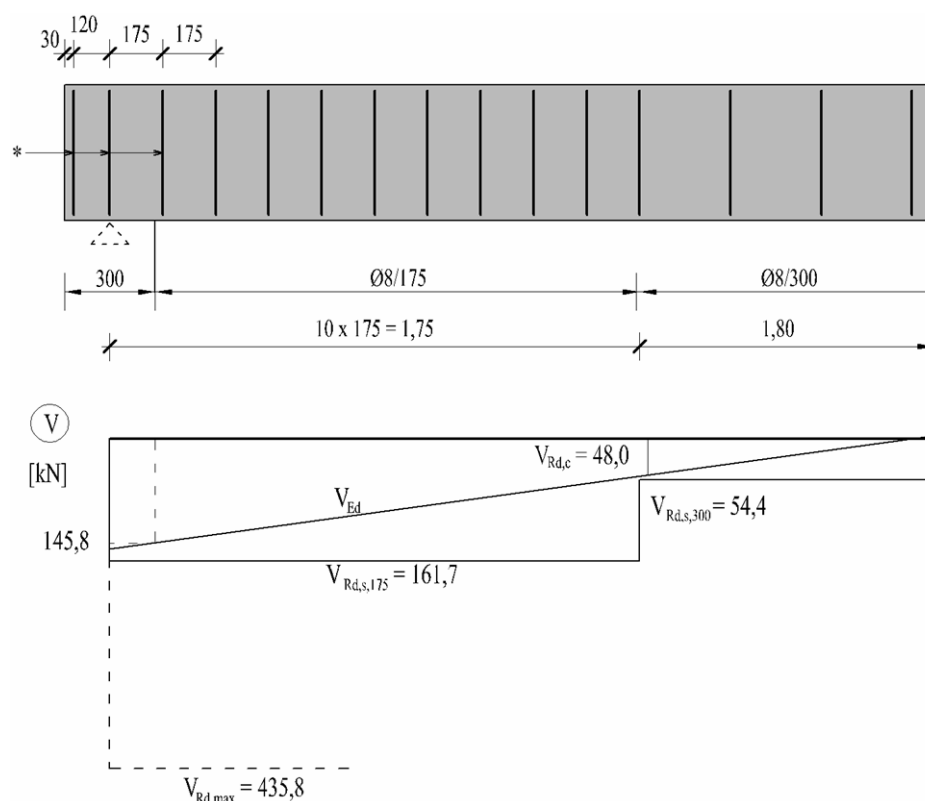
$$V_{Rds,175} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} (\cot \alpha + \cot \theta) \sin \alpha = \frac{372}{175} 101 \cdot 435 \cdot 1,732 \cdot 10^{-3} = 161,7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \max (V_{Rds}; V_{Rd,c})$$

Meddig szükséges a falsíktól számítva a sűrített kengyelezést alkalmazni?

$$l_w = \frac{V_{Ed,max} - \max(V_{Rd,c}, V_{Rds,300})}{p_{Ed}} - a_i = \frac{145,8 - 54,4}{55} - 0,15 = 1,51 \text{ m}$$

A két szakaszhoz tartozó határnyíróerők burkolóábrája és a tervezett kengyelosztás:



A tartóvég vizsgálata

45°-nál kisebb rácsrúd dőlésszög feltételezése esetén a tartóvég vizsgálata elengedhetetlen, mert a lehorgonyozandó húzóerő $\cot\theta$ -szoros, azaz akár 2,5-szeres lehet, esetünkben $\cot 30^\circ = 1,732$ -szörös!

A VS. 26. o. szerint a tartóvégen a húzott hosszvasalással lehorgonyozandó erő:

$$F_{Ed} = \frac{M}{z} \approx V_{Ed} \frac{a_l + a_i}{z}, \text{ ahol}$$

$$a_i = \frac{1}{2} z (\cot\theta - \cot\alpha) = 0,5 \cdot 0,9 \cdot 413 \cdot (1,732 - 0) = 321,9 \text{ mm, az } M\text{-ábra eltolás mértéke}$$

$$a_l = 0,5 \cdot 300 = 150 \text{ mm, a fél felfekvési hossz}$$

Behelyettesítve:

$$F_{Ed} = 145,8 \frac{321,9 + 150}{0,9 \cdot 413} = 145,8 \cdot 1,27 = 185,2 \text{ kN}$$

Amennyiben mind az 5 db $\phi 18$ -as vasat a tartó végéig vezetjük kampózás nélkül, a feltámaszkodás belső élétől rendelkezésre álló 270 mm-es hosszban a VS. 52. o. táblázat adatának felhasználásával ($l_b = 40 \cdot 18 = 720 \text{ mm}$) a lehorgonyozható húzóerő:

$$F_{Rd} = \frac{270}{720} \cdot 5 \cdot 254 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 207,2 \text{ kN} > 185,2 \text{ kN, rendben!}$$

b) $\theta = 30^\circ$ nyomott rácsrúd dőlésszög feltételezése esetén tartóvégenként 8-8 db kengyellel kevesebb szükséges.

Ha az 5 $\phi 18$ -as vasat 45°-os rácsrúd dőlésszög esetén is a tartó végéig vezetik – a gyakorlatban általában ez történik, mert a tartóvég vizsgálatot nem végzik el –, $2 \cdot 8 = 16$ kengyel tiszta vasmegtakarítás érhető el a laposabb rácsrúd dőlésszög melletti tervezéssel, ami esetünkben kb. 9%-os vasmegtakarítást jelent. Arra itt nem

térünk ki, hogy a hosszvasak egy részének (az 5 közül maximum $\frac{\cot 45^\circ}{\cot 30^\circ} \cdot 5 = 2,89$, azaz lefelé kerekítve 2-nek)

a tartóvég előtti lehorgonyozásával a 9%-os megtakarítás valamennyivel csökkenthető. Ha a gerendák nagy sorozatban készülnek – például előregyártás –, akkor természetesen néhány % vasmegtakarításnak is nagy jelentősége van. Felhívjuk még a figyelmet a tartóvégi felfekvési hossz fontosságára, ami példánk esetében

viszonylag nagy, 300 mm volt. A feltámaszkodáshoz 200 mm is elég lett volna, de a gerenda a tartóvég vizsgálatnál – a húzott vasalás tartóvégi lehorgonyzásának ellenőrzésénél – nem felelt volna meg, a lehorgonyzást például kampózással javítani kellett volna.

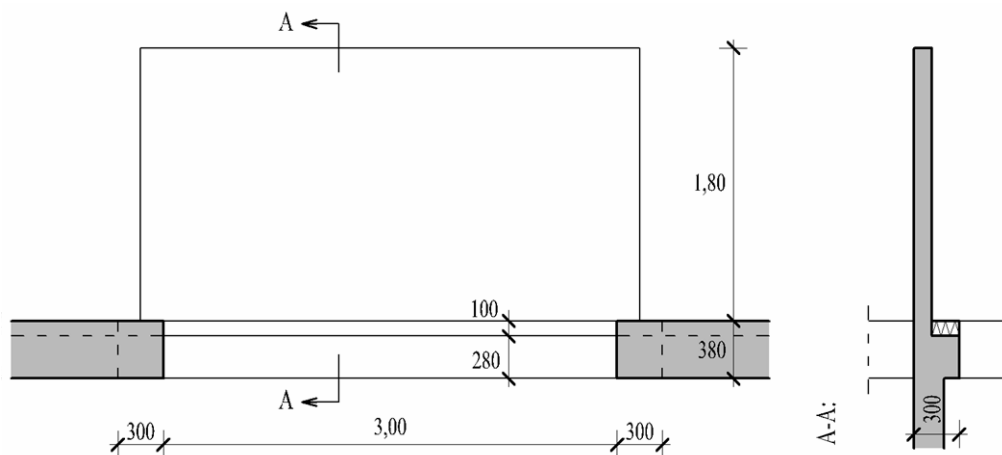
1.11. Csavarási vasalás tervezése

Feladat

Az alábbi ábra szerinti kiváltógerendában az előtét terheléséből jelentős csavarónyomaték is ébred, ha a konzollemmez felső vasalását valamilyen okból – pl. előregyártott födémszerkezet miatt – nem tudjuk a csatlakozó födémszakaszba bevezetni, és így a konzollemmez terhét – a mérlegegyensúly elvén – a kiváltógerendára közvetíteni.

Beton: C20/25- 32/KK, betonacél: B60.50, betonfedés: $c_{\text{nom}} = 20$ mm.

ALAPRAJZ:

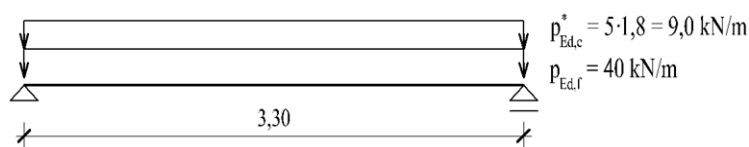


Az előtét terhelésének tervezési értéke: $p_{\text{Ed,e}} = 5 \text{ kN/m}^2$, a kiváltógerenda terhelése önsúlyból és a rá terhelő födémről átadódóan $p_{\text{Ed,f}} = 40 \text{ kN/m}$.

Határozzuk meg a kiváltógerenda hosszvasalását és kengyelezését!

Megoldás

$$l_{\text{eff}} = 3,0 + 0,3 = 3,3 \text{ m}$$



A $p_{\text{Ed,e}}$ teher a gerenda tengelyéhez képest

$$e = 0,28/2 + 0,1 + 1,8/2 = 1,14 \text{ m-es külpontossággal működik,}$$

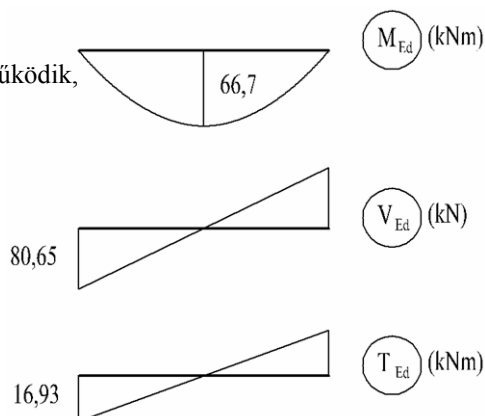
így abban csavarónyomatékot ébreszt.

Igénybevételek:

$$M_{\text{Ed}} = \frac{(40 + 9) \cdot 3,3^2}{8} = 66,7 \text{ kNm}$$

$$V_{\text{Ed}} = \frac{(40 + 9) \cdot 3,3}{2} = 80,85 \text{ kN}$$

$$T_{\text{Ed}} = 9 \cdot 1,14 \cdot 3,3/2 = 16,93 \text{ kNm}$$



Nyírás- csavarás, a kengyelezés méretezése

8 mm-es kengyelátmérő és 16 mm-es alsó hosszvas átmérő feltételezésével:

$$d = 300 - 20 - 8 - 16/2 = 264 \text{ mm}$$

A VS 22. o. táblázatból interpolációval $c = 0,392$

$$V_{Rd,c} = 0,392 \cdot 280 \cdot 264 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} = 28,97 \text{ kN}$$

A csavart négyszögkeresztmetszet adatai (VS 25. o.):

$$b_k = 280 - 2 \cdot (20 + 4) = 232 \text{ mm}$$

$$h_k = 300 - 2 \cdot (20 + 4) = 252 \text{ mm}$$

$$t_{ef} = \max\left(\frac{A}{u}, 2a\right) = \max\left(\frac{280 \cdot 300}{2 \cdot (280 + 300)}; 2 \cdot (20 + 4)\right) = \max(72,4; 48) = 72,4 \text{ mm}$$

$$A_k = 232 \cdot 252 = 58464 \text{ mm}^2$$

$$u_k = 2 \cdot (232 + 252) = 968 \text{ mm}$$

$$T_{Rd,c} = 2 A_k f_{ctd} t_{ef} = 2 \cdot 58464 \cdot 1,0 \cdot 72,4 \cdot 10^{-6} = 8,46 \text{ kNm}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} = \frac{80,85}{28,97} + \frac{16,93}{8,46} > 1, \text{ tehát szükséges a nyírási illetve csavarási vasalás.}$$

$\theta = 45^\circ$ esetén:

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} = \frac{1}{2} \cdot 280 \cdot 0,9 \cdot 264 \cdot 0,552 \cdot 13,3 \cdot 10^{-3} = 244,2 \text{ kN} > V_{Ed} \text{ rendben!}$$

$$\nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \left(1 - \frac{20}{250}\right) = 0,552$$

$$T_{Rd,max} = 2 \nu \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot \sin \theta \cos \theta = 2 \cdot 0,552 \cdot 13,3 \cdot 58464 \cdot 72,4 \cdot 0,707 \cdot 0,707 \cdot 10^{-6} = 31,07 \text{ kNm} > T_{Ed} \text{ R!}$$

A nyíróerő egyensúlyozásához szükséges kengyeltávolság $\phi 8$ kengyelek esetén:

$$s_{s,V} = \frac{0,9 \cdot 264 \cdot 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3}}{80,85} = 129 \text{ mm}$$

A csavarónyomaték egyensúlyozásához szükséges kengyeltávolság $\phi 8$ kengyelek esetén:

$$s_{s,T} = 2 A_k \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{T_{Ed}} \cot \theta = 2 \cdot 58464 \cdot \frac{101 \cdot 435}{16,93} \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 303 \text{ mm}$$

A nyírási és csavarási kengyelezés összegezése:

$$s_s = \frac{1000}{\frac{1000}{s_{s,V}} + \frac{1000}{s_{s,T}}} = \frac{1000}{\frac{1000}{129} + \frac{1000}{303}} = 90,3 \text{ mm} \rightarrow \phi 8/75$$

A fenti összefüggésben a nevezőben a kétféle igénybevétel felvételéhez szükséges kengyelek darabszáma szerepel 1 m gerendahosszra vonatkozóan.

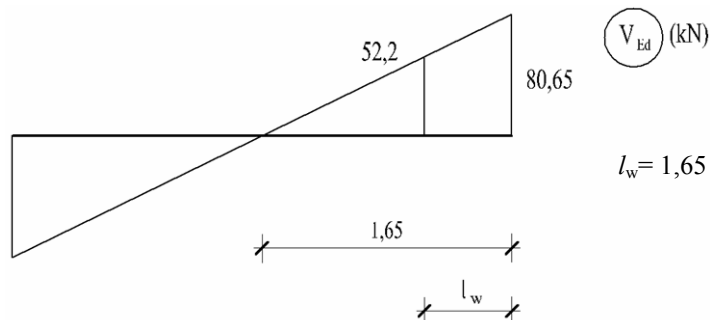
Szerkesztési szabályok:

$$s_s \leq 0,75 \cdot d = 0,75 \cdot 264 = 198 \text{ mm} \rightarrow \phi 8/200 \text{ még elfogadható}$$

$$\rho_w = \frac{101}{200 \cdot 280} \cdot 1000 = 1,8 \text{ ‰} > 0,72 \text{ ‰} \text{ R!}$$

Mivel $\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} > \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}}$, a nyírás határozza meg, meddig szükséges 200 mm-nél sűrűbb kengyelezést alkalmazni.

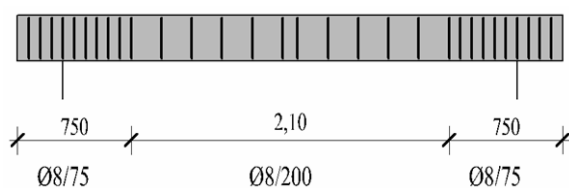
$$V_{Rd,s} \cdot \phi_{8/200} = \frac{0,9 \cdot 264}{200} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 52,2 \text{ kN}$$



$$l_w = 1,65 - \frac{52,2}{80,65} \cdot 1,65 = 0,58 \text{ m}$$

(a falsíktól 0,43 m)

Kengyelkiosztás:



Hajlítás - csavarás – a hosszvasalás méretezése

Hajlítás:

$$x_c = 264 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 66,7 \cdot 10^6}{280 \cdot 264^2 \cdot 13,3}} \right) = 80 \text{ mm} < x_{co} = 0,49 \cdot 264$$

$$z = 264 - 40 = 224 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{66,7 \cdot 10^6}{224 \cdot 435} = 684 \text{ mm}^2 > A_{s \text{ min}} = 1,3 \cdot \frac{280 \cdot 264}{1000} = 96 \text{ mm}^2$$

Csavarás:

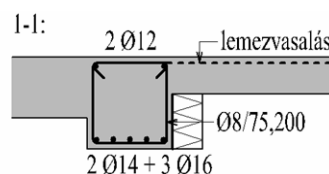
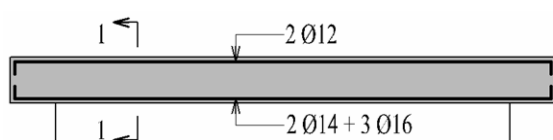
$$T_{Rd}^I = 2A_k \frac{\Sigma A_{sl} \cdot f_{yd,l}}{u_k \cdot \cot \theta} = T_{Ed}$$

$$\Sigma A_{sl} = T_{Ed}^I \frac{u_k \cdot \cot \theta}{2A_k \cdot f_{yd,l}} = 16,93 \cdot 10^6 \frac{968 \cdot 1}{2 \cdot 58464 \cdot 435} = 322 \text{ mm}^2$$

amit a kerület mentén egyenletesen kell elhelyezni. Felül helyezzünk el

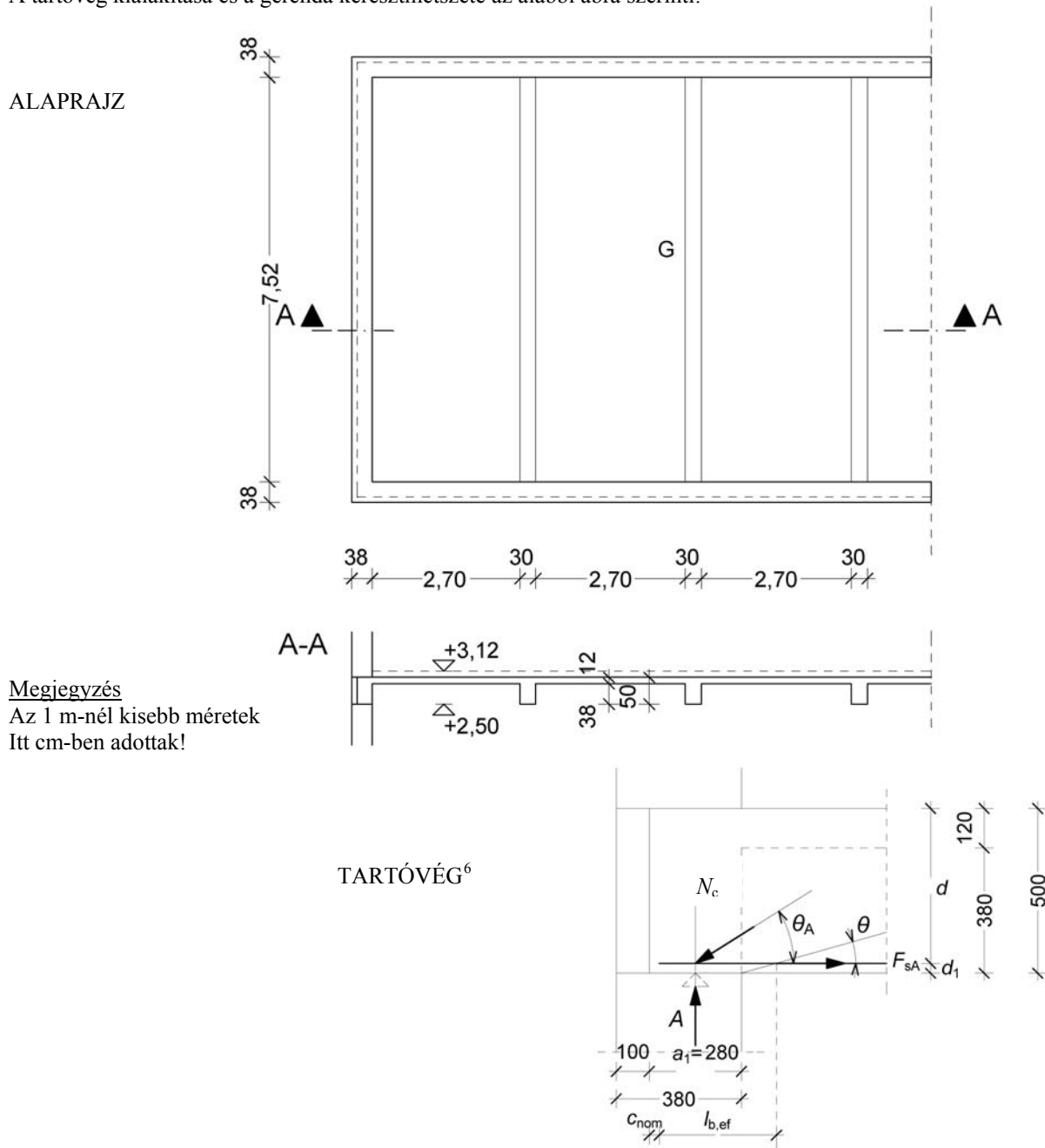
$$\frac{\Sigma A_{sl}}{2} = \frac{322}{2} = 161 \text{ mm}^2 \rightarrow 2 \phi 12 \text{ (226)} \text{ vasat, alul pedig az elméletileg szükséges } A_s = 684 + 161 =$$

845 mm² –t realizáljuk 2 $\phi 14$ (308) + 3 $\phi 16$ (603) vasalással:



1.12. Monolit vasbeton gerenda tervezése kis θ nyomott beton rácsrúd dőlésszög mellett

Egy 7,8 m támaszközü kéttámaszú monolit vasbeton födém esetében alulbordás megoldást választunk, mert tömör vasbeton lemezzel az alakváltozások korlátozása miatt a födém már nem felel meg. A gerendák tengelytávolsága legyen 3 m, a lemeztavastagság – az alakváltozási korlát figyelembe vételével – 12 cm! A gerenda keresztmetszetét vegyük fel 300/500 mm-re (így $l_{ef}/d \approx 17$, alakváltozásra várhatóan megfelel). A tartóvég kialakítása és a gerenda keresztmetszete az alábbi ábra szerinti:



A födém átlagos fajlagos súlya $5,5 \text{ kN/m}^2$, az átlagos válaszfalterhelést $1,5 \text{ kN/m}^2$ -rel vesszük figyelembe, a hasznos terhelés 4 kN/m^2 , azaz $g_k=7 \text{ kN/m}^2$, $q_k=4 \text{ kN/m}^2$
A hasznos teher 30%-a tartós: $\psi_2=0,3$
Beton: C25/30-16/KK, betonacél: B60.50, A környezet száraz belső tér, a betonfedés: $c_{nom}=20 \text{ mm}$ $c_{min}=10 \text{ mm}$. A repedéstágassági korlát: $w_{max}=w_{k,eng}=0,3 \text{ mm}$

⁶ Az ábrán θ az Eurocode szerinti nyomott rácsrúd dőlésszög a gerenda belső szakaszán (ún. B-zóna), θ_A a rácsrúd modell dőlésszöge az A-támasznál (ún. D-zóna). Összefüggésüket ld. A 30. o. lábjegyzetében.

$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ N/mm}^2 \quad f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2 \quad f_{ctd} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

Feladatok

a) Határozzuk meg a G jelű gerenda vasalását úgy, hogy hosszvasakat nem hajlítunk fel és a nyírási méretezést akkora – a lehető legkisebb – θ beton rácsrúd dőlésszög mellett végezzük el, hogy a tartóvégig vezetett húzott vasbetétek a ferde rácsrúd nyomóerő vízszintes komponensét éppen egyensúlyozni tudják! A húzott hosszvasak átmérőjét vegyük fel 16 mm-re, a kengyelátmérőt 8 mm-re, ha szükséges, ezeket módosítjuk!

Ellenőrizzük a gerendát a használhatósági követelményekre is!

b) Hogyan változik a vasszükséglet, ha $\theta = 45^\circ$ lenne?

Megoldás

a) Méretezés a lehető legkisebb θ beton rácsrúd dőlésszög mellett

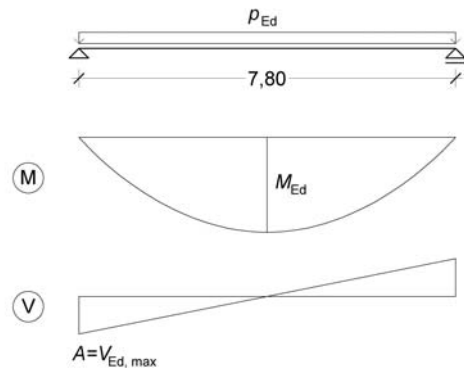
A gerenda terhelése:

$$p_{Ed} = 3 \cdot (1,35g_k + 1,5q_k) = 3 \cdot (1,35 \cdot 7 + 1,5 \cdot 4) = 46,4 \text{ kN/m}$$

Igénybevételek:

$$M_{Ed} = \frac{p_{Ed} l_{eff}^2}{8} = \frac{46,4 \cdot 7,8^2}{8} = 352,5 \text{ kNm}$$

$$A = V_{Ed, \max} = 3,9 \cdot 46,4 = 181,0 \text{ kN}$$



Hajlítás

Együttműködő lemezszélesség:

$$b_{eff1} = b_{eff2} = \min \left\{ \begin{array}{l} b_1 / 2 = b_2 / 2 = 2,7 / 2 \\ 0,2l_0 = 0,2 \cdot 7,8 = 1,56 \\ 0,1b_1 + 0,1l_0 = 0,1 \cdot 2,7 + 1,1 \cdot 7,8 = 1,05 \\ 6t = 6 \cdot 0,12 = 0,72 \end{array} \right\} = 0,72 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 2 \cdot 0,72 + 0,30 = 1,74 \text{ m}$$

Ø16 hosszvas átmérőt és Ø8 kengyelátmérőt feltételezve:

$$d = 500 - 20 - 8 - 8 = 464 \text{ mm}$$

$$\underline{\Sigma M_s = 0}: x_c = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}}} \right) = 464 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 352,5 \cdot 10^6}{1740 \cdot 464^2 \cdot 16,7}} \right) = 26,9 \text{ mm} < 120 \text{ mm és } < x_{c0} = 0,49 \cdot 464 \text{ R!}$$

$$z = d - x_c / 2 = 464 - 13,5 = 450,5 \text{ mm}$$

$$\underline{\Sigma M_c = 0}: A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} z} = \frac{352,5 \cdot 10^6}{435 \cdot 450,5} = 1799 \text{ mm}^2 > A_{smin} = 1,35 \cdot \frac{b_t \cdot d}{1000} = 1,35 \cdot \frac{300 \cdot 464}{1000} = 188 \text{ mm}^2 \text{ R!}$$

$$< A_{smax} = 0,04 A_c = 0,04 \cdot 300 \cdot 500 = 6000 \text{ mm}^2$$

9Ø16 (1809 mm² nem férne el egy sorban, ezért tervezzük két sorban elhelyezett 7+3=10 db Ø16 vasat:

$$A_s = 2010 \text{ mm}^2 \text{ és ellenőrizzük!}$$

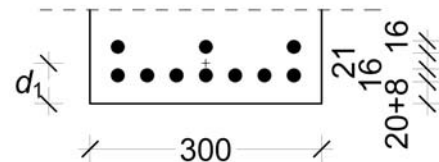
A vasak közötti minimális tiszta távolság: $a \geq d_g + 5 \text{ mm} = 16 + 5 = 21 \text{ mm}$

$$2 \cdot (20 + 8) + 7 \cdot 16 + 6 \cdot 21 = 294 \text{ mm} < 300 \text{ mm, azaz a 7 db vas elfér egy sorban.}$$

A húzott vasak súlypont távolsága az alsó szélső száltól:

$$d_1 = 20 + 8 + 16/2 + \frac{3 \cdot (16 + 21)}{10} = 47 \text{ mm}$$

$$d = h - d_1 = 500 - 47 = 453 \text{ mm}$$



Ellenőrizzük, hogy a 11 mm-rel kisebb hatékony magasság mellett is megfelel-e a tervezett vasalással a keresztmetszet!

$$\underline{\Sigma N = 0}: x_c = \frac{2010 \cdot 435}{1740 \cdot 16,7} = 30,1 \text{ mm} \quad z = 453 - 15,05 = 437,95 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = 2010 \cdot 435 \cdot 437,95 \cdot 10^{-6} = 382,9 \text{ kNm} > M_{Ed} = 352,5 \text{ kNm, rendben!}$$

Mivel a második sorban levő vasak és a felső sarokvasak közötti távolság nagyobb, mint 400 mm, a gerendák félmagasságában Ø8 hosszbetétet kell elhelyezni. A nyomott vasalás minimális keresztmetszetét az Eurocode

nem szabályozza. Az MSz15022/7-86 szerinti 0,1% elhelyezése javasolható, és a tartóvégeken ellenőrizni kell, a részleges befogásból keletkező $-0,15M_{Ed,max}$ nyomaték egyensúlyozását.

$$A_{s,min} = \frac{300 \cdot 500}{1000} = 150 \text{ mm}^2 \rightarrow 2\emptyset 10 (157 \text{ mm}^2)$$

A $2\emptyset 10$ vassal lehorgonyozható erő, amennyiben végeiket kampózzuk:

$$F_{Rd} = A_s f_{yd} \frac{l_{b,ef}}{l_{bd}}, \text{ ahol } l_{b,ef} = a_1 - c_{nom} = 280 - 20 = 260 \text{ mm a rendelkezésre álló lehorgonyzási hossz és}$$

$l_{bd} = \alpha_6 c \emptyset$ a teljes lehorgonyzáshoz szükséges hossz, $\alpha_6 = 0,7$ (90°-os kampó miatt), a c paraméter a VS. 52. oldaláról táblázatból $c = 40$, így

$$l_{bd} = 0,7 \cdot 40 \cdot 10 = 280 \text{ mm. Behelyettesítve:}$$

$$F_{Rd} = 157 \cdot 435 \cdot \frac{260}{280} \cdot 10^{-5} = 63,42 \text{ kN}$$

Az egyensúlyozandó húzóerő közelítően a mezőközépen ébredő vas húzóerő 15%-a:

$$F_{Ed} \approx 0,15 N_{sd} = 0,15 \cdot 1799 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 117,4 \text{ kN}$$

A két végigmenő és kampózott $\emptyset 10$ -es acélbetét mellett további 2 db kampózott $\emptyset 10$ -es pótvasszükséges, ekkor:

$$F_{Rd} = 4 \cdot 78,5 \cdot 435 \cdot \frac{260}{280} \cdot 10^{-3} = 126,8 \text{ kN, } > 117,4 \text{ kN, megfelel!}$$

A vasvezetés tervezése⁷

Vezessük végig az összes húzott vasat, és határozzuk meg, mekkora lehet a θ rácsrúd dőlésszög, ha a rácsrúd nyomóerő lehorgonyzandó vízszintes komponense (F_{sA}) megegyezik a végigvezetett húzott acélbetétekkel lehorgonyozható erővel (F_{Rd}).

$$\cot \theta \text{ értékét korlátozó feltételek: } 1 \leq \cot \theta \leq \min \left\{ \frac{1,2 - 1,4 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}}{1 - \frac{V_c}{V_{Ed,red}}}, \frac{1,2}{1,75} \right\}, \text{ ahol a felső kifejezés szerinti korlát a DIN}$$

1045-1 (2001) ajánlása, az 1,75-ös korlát Magyar Mérnöki Kamara ajánlása (2008. III.), σ_{cd} feszítésből, külső erőből ébredő átlagos normálfeszültség a betonban, esetünkben $\sigma_{cd} = 0$, $V_c = \left[\beta_{ct} \eta_1 0,1 f_{ckl}^{1/3} \left(1 + 1,2 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \right] b_w z$,

$\beta_{ct} = 2,4$, $\eta_1 = 1$ (normál kavicsbeton), a tartóvégen $z \approx 0,9d$. Behelyettesítve: $V_c = 2,4 \cdot 0,1 \cdot 25^{1/3} \cdot 300 \cdot 0,9 \cdot 453 \cdot 10^{-3} = 85,74 \text{ kN}$

$$V_{Ed,red} = 46,4 \cdot \left(\frac{7,8}{2} - \frac{0,28}{2} - 0,45 \right) = 153,6 \text{ kN}$$

$$\left\{ \frac{1,2 - 1,4 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}}{1 - \frac{V_c}{V_{Ed,red}}} \right\} = \frac{1,2}{1 - \frac{85,7}{153,6}} = 2,71, \text{ azaz } \cot \theta \leq \min(2,71; 1,75) = 1,75$$

$$F_{sA} = A \cot \theta_A, \text{ ahol } \cot \theta_A = \frac{1}{2} \frac{a_1}{z} + \left(\frac{d_1}{z} + \frac{1}{2} \right) \cot \theta, \text{ } z = 0,9d$$

$$F_{Rd} = A_s f_{yd} \frac{l_{b,ef}}{l_b}, \text{ ahol } l_{b,ef} = a_1 - c_{nom} + d_1 \cot \theta \text{ a rendelkezésre álló lehorgonyzási hossz és } l_b = c \emptyset \text{ a}$$

teljes lehorgonyzáshoz szükséges hossz, a c paraméter a VS. 52. oldaláról táblázatból vehető, az adott beton és acél esetén $c = 40$.

Elvégezve a behelyettesítéseket:

⁷ A vasvezetés tervezésénél felhasználjuk a K.H.Reineck által bemutatott rácsrúd modell szélső támaszponthoz befutó rácsrúdjának θ_A dőlésszögére megadott összefüggést (Betonkalender 2005., 253. o.):

$$\cot \theta_A = \frac{1}{2} \frac{a_1}{z} + \left(\frac{d_1}{z} + \frac{1}{2} \right) \cot \theta, \text{ ahol } a_1 \text{ gerenda feltámaszkodási hossza, } d_1 \text{ a húzott vasalás súlypontjának távolsága az alsó szélső száltól.}$$

$$z = 0,9 \cdot 453 = 408 \text{ mm}$$

$$\cot \theta_A = \frac{1}{2} \frac{280}{408} + \left(\frac{47}{408} + \frac{1}{2} \right) \cot \theta = 0,343 + 0,615 \cot \theta$$

$l_{b,ef} \approx 280 - 20 + 47 \cdot 1,5 = 330,5 \text{ mm}$ (Itt $\cot \theta = 1,5$ közelítést alkalmaztunk, ami a végeredményt igen kis mértékben befolyásolja)

$$l_b = 40 \cdot 16 = 640 \text{ mm}$$

$$F_{Rd} = 2010 \cdot 435 \cdot \frac{330,5}{640} 10^{-3} = 451,5 \text{ kN}$$

$$\underline{F_{sA} = F_{Rd}}: 181,0 \cdot (0,343 + 0,615 \cot \theta) = 451,5$$

$$\cot \theta = \left(\frac{451,5}{181,0} - 0,343 \right) \cdot \frac{1}{0,615} = 3,50 > (\cot \theta)_{\max} = 1,75!$$

A megengedett leglaposabb rácsrúd dőlésszög eléréséhez tehát nem szükséges mind a 10 db Ø16-os húzott vasat végigvezetni, elegendő csupán $n_{\theta \min}$ db-ot, amire felírható:

$$\left(\frac{\frac{n_{\theta \min}}{10} \cdot 451,5}{181,0} - 0,343 \right) \cdot \frac{1}{0,615} \leq 1,75$$

$n_{\theta \min} \leq 5,69$, azaz ha a 10 vasból csak 6-ot vezetünk végig, a rácsrúd dőlésszög eléri a megengedett minimumot. A végigvezetett vasak keresztmetszete: $A_{sA} = 6 \cdot 201 = 1206 \text{ mm}^2$

A θ dőlésszög pontosítása:

$$F_{Rd} = 1206 \cdot 435 \cdot \frac{330,5}{640} 10^{-3} = 270,9 \text{ kN}$$

$$\underline{F_{sA} = F_{Rd} \text{ újra}}: 181,0 \cdot (0,343 + 0,615 \cot \theta) = 270,9$$

$$\cot \theta = 1,87 > 1,75!, \text{ ezért legyen } \cot \theta = 1,75! \quad \theta = \theta_{\min} = \arccot 1,75 = 29,74^\circ$$

$$\cot \theta_A = 0,343 + 0,615 \cot \theta = 0,343 + 0,615 \cdot 1,75 = 1,42 \quad \theta_A = 35,2^\circ$$

Ellenőrzés $l_{b,ef}$ pontosításával:

$$F_{sA} = A \cot \theta_A = 181,0 \cdot 1,42 = 257,0 \text{ kN}$$

$$l_{b,ef} = 280 - 20 + 47 \cdot 1,75 = 342 \text{ mm}$$

$$F_{Rd} = 1206 \cdot 435 \cdot \frac{342}{640} 10^{-3} = 280,2 \text{ kN} > F_{sA}, \text{ rendben!}$$

A pontosítás alapján akár csökkenthetnénk is egyel a végigvezetett vasak számát (6-ról 5-re), de azzal a lehetőséggel most nem élünk. Másrészt megjegyezzük, hogy a 10 db vas egyharmadát, azaz min. 3 db-ot a szerkesztési szabályok értelmében egyébként is végig kellene vezetni, többletvasalásként csak a támaszok közelében a nyomatéki ábra burkolásának megfelelően elhagyható további három acélbetét nagyobb hossza jelentkezik. d_1 értékét a három vas támasz előtti lehorgonyozása miatt nem módosítottuk, hatása nem jelentős.

Nyírás

$$\text{Nyíróerő a falsíktól } d \text{ távolságra: } V_{Ed,red} = 46,4 \cdot \left(\frac{7,8}{2} - \frac{0,28}{2} - 0,47 \right) = 152,6 \text{ kN}$$

A betonkeresztmetszettel egyensúlyozható nyíróerő: $V_{Rd,c} = c b_w d f_{ctd}$, ahol c a betonszilárdság, a hatékony magasság és a vashányad függvényében táblázatból vehető (VS. 23. o.). A tartóvég közelében a lehorgonyzás részleges, közelítően $\rho_l = 0$ -t veszünk figyelembe: $c = 0,315$

$$V_{Rd,c} = 0,315 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = 51,03 \text{ kN} < V_{Ed,red}, \text{ azaz méretezni kell a nyírási vasalást.}$$

$$V_{Rd,max} = b_w z v_{fd} \frac{1}{\cot \theta + \tan \theta} = 300 \cdot 0,9 \cdot 450 \cdot 0,54 \cdot 16,7 \cdot \frac{1}{1,75 + 0,57} 10^{-3} = 472,0 \text{ kN} > V_{Ed,red}, \text{ a}$$

gerenda nyírásra megvasalható.

$$V_{Rds} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} \cot \theta = V_{Ed,red}$$

$$s = \frac{z}{V_{Ed,red}} A_{sw} f_{ywd} \cot \theta = \frac{0,9 \cdot 453}{152,6 \cdot 10^3} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 1,75 = 205,4 \text{ mm} \rightarrow \underline{\text{Ø8/200}}$$

Megjegyzés: $\theta = 45^\circ$ esetén Ø8/100 lenne!

A gerenda belsejében a húzott vasalás már teljesen lehorgonyzott:

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{2010}{300 \cdot 453} = 1,48\%, \text{ táblázatból interpolációval } c = 0,553$$

$$V_{Rd,c} = 0,553 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = 89,6 \text{ kN}$$

A sűrített kengyelezést tehát az elméleti támasztól

$l_w = (A - V_{Rd,c}) / p_{Ed} = (181,0 - 89,6) / 46,4 = 1,97 \text{ m}$ távolságig kell alkalmazni, onnan – a szimmetria tengelyig kb. 1,9 m-es hossz – elegendő a minimális kengyelezést tervezni.

Szerkesztési szabályok (VS. 55. o.):

$s_{\max} = 0,75d = 0,75 \cdot 450 = 337,5 \text{ mm} > 200 \text{ mm}$, rendben, másrészt legyen a minimális kengyelezés Ø8/300!

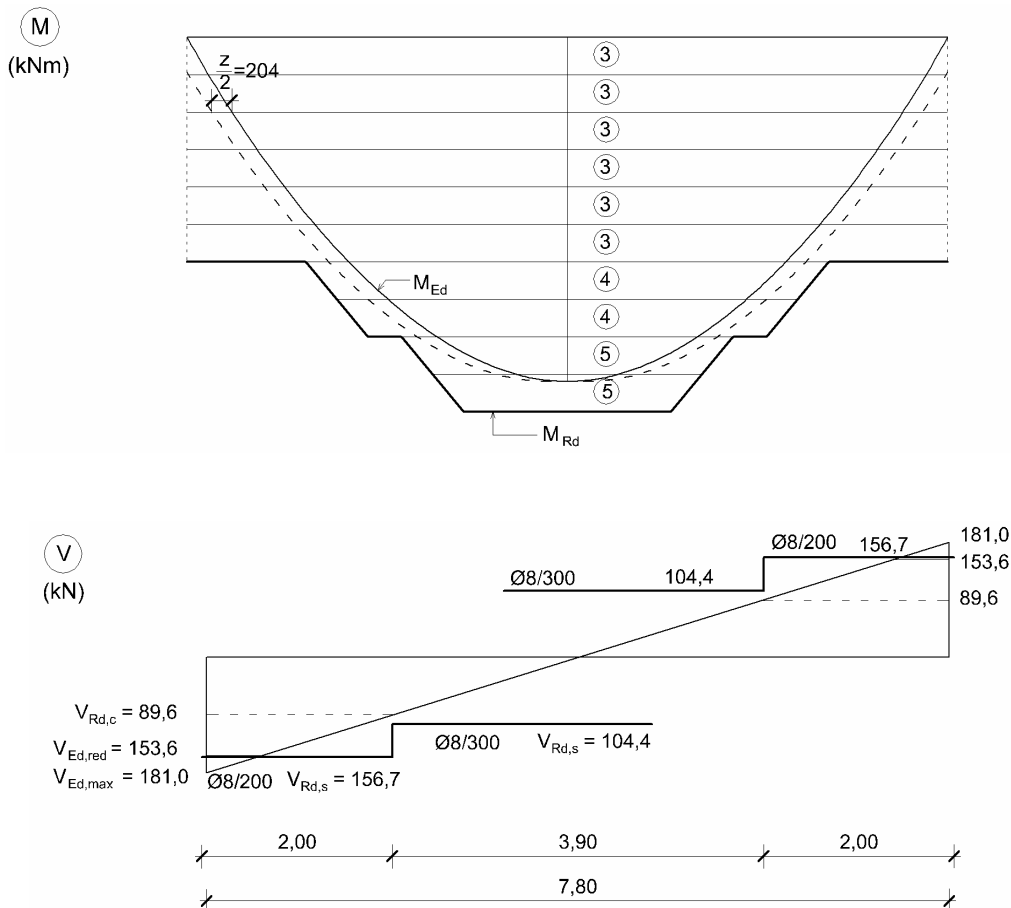
$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} = \frac{101}{300 \cdot 3000} = 1,12 \text{ ‰} > \rho_{w\min} = 0,8 \text{ ‰}, \text{ rendben!}$$

A fentiek alapján tehát a gerenda belső 3,9 m-es hossza mentén Ø8/300 minimális kengyelezést tervezünk. A határnyíróerő burkolóábra felrajzolásához határozzuk meg a Ø8/200 és Ø8/300 intenzitású kengyelezés teherbírását!

$$V_{Rds, \text{Ø8/200}} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} \cot \theta = \frac{0,9 \cdot 453}{200} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 1,75 \cdot 10^{-3} = 156,7 \text{ kN} > V_{Ed,red} = 152,6 \text{ kN}$$

$$V_{Rds, \text{Ø8/300}} = \frac{2}{3} V_{Rds, \text{Ø8/200}} = 104,4 \text{ kN}$$

A nyomatékok és nyíróerők burkolóábrája



Alakváltozás közelítő ellenőrzése

A vasbeton gerenda eleget tesz a $w \leq l/250$ lehajlás-korlátozásnak (VS. 42. o.), ha

$$\frac{l/K}{d} \leq \alpha (l/d)_{\text{eng}},$$

ahol l az elméleti támaszköz (l_{eff}), K a megtámasztási viszonyoktól függ, a VS 43. oldalán táblázatból vehető (l/K közelítőleg a nyomatéki zéruspontok közötti távolság), továbbá:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \beta \frac{p_{\text{Ed}}}{p_{\text{qp}}}}$$

$p_{\text{qp}} = g_k + \psi_2 q_k$ a terhelés kvázi állandó értéke

$$\beta = \frac{M_{\text{Rd}}}{M_{\text{Ed}}} \frac{500}{f_{yk}}$$

$(l/d)_{\text{eng}}$ karcsúsági határ a VS. 43. o. táblázatból vehető.

Esetünkben:

-a tényleges karcsúsági arány számításához $K = 1$ (VS. 43. o., kéttámaszú gerenda).

$$\frac{l/K}{d} = \frac{7800/1}{453} = 17,2$$

-a megengedett karcsúsági arány számítása:

Kvázi állandó teher: $p_{\text{qp}} = g_k + 0,3 q_k = 3 \cdot (7 + 0,3 \cdot 4) = 24,6 \text{ kN/m}$

$$\beta = \frac{M_{\text{Rd}}}{M_{\text{Ed}}} \frac{500}{f_{yk}} \approx \frac{A_{s,\text{prov}}}{A_{s,\text{req}}} = \frac{2010}{1799} = 1,117$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \beta \frac{p_{\text{Ed}}}{p_{\text{qp}}}} = \sqrt{\frac{1}{2} 1,117 \frac{46,4}{24,6}} = 1,026$$

$$\beta \frac{p_{\text{Ed}}}{b_{\text{eff}}} = 1,117 \frac{46,4}{1,74} = 29,78 \text{ kN/m}^2$$

(Megjegyzés: 1,74 m az együttdolgozó lemezszélesség)

A VS. 44. o. táblázatból interpolációval:

$$(l/d)_{\text{eng}} = 17,67 \quad \text{így} \quad \alpha (l/d)_{\text{eng}} = 1,026 \cdot 17,67 = 18,1$$

Ellenőrzés:

$$\frac{l/K}{d} = 17,2 < \alpha (l/d)_{\text{eng}} = 18,1 \quad \text{tehát a gerenda az alakváltozási követelményre megfelel!}$$

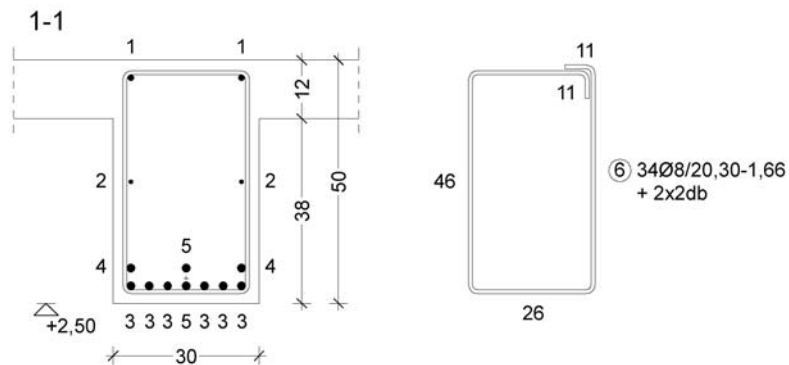
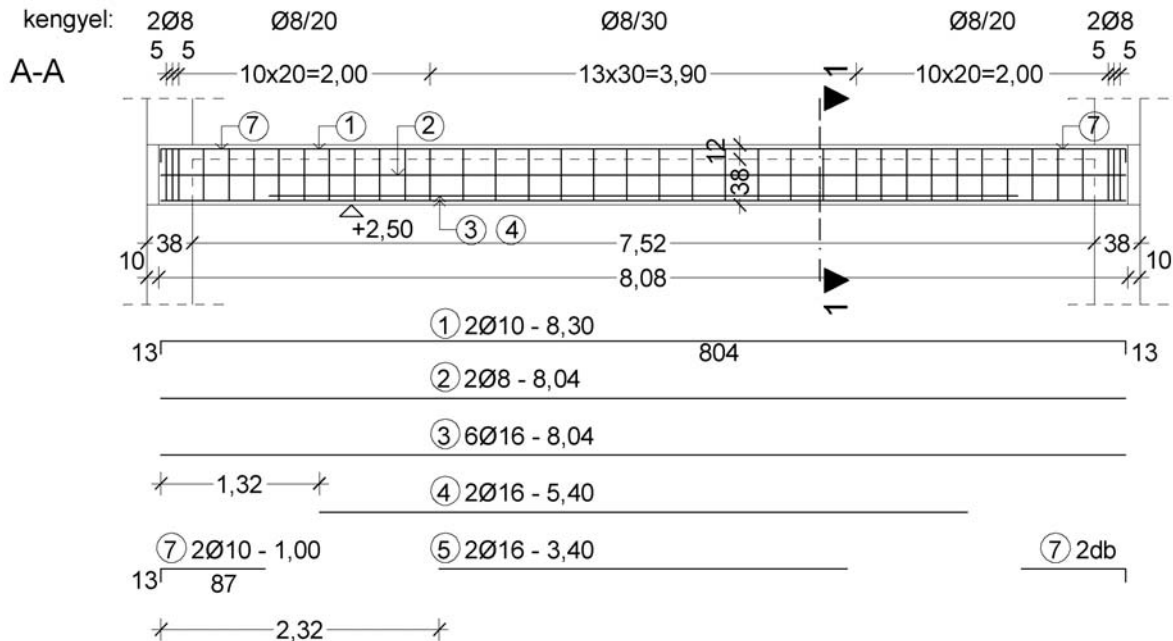
A repedéstágasság közelítő ellenőrzése

Kvázi állandó terhelésből:

$$\sigma_s \cong \frac{p_{\text{qp}}}{p_{\text{Ed}}} \cdot 435 = \frac{24,6}{46,4} \cdot 435 = 230,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\omega_{k,\text{eng}} = 0,3 \text{ mm esetén (VS 48.o.): } \phi_{\text{max}} \cong 16 \text{ mm, azaz éppen megfelel!}$$

A gerenda vasalási vázlata:



b) Vasszükséglet összehasonlítás

A kengyelek darabszáma

$\theta=29,7^\circ$ esetén: $14 + 2 \cdot 10 = 34$ db + az erőbevezetési szakaszon tanácsos további 2-2 kengyelt elhelyezni, azaz összesen 38 db kengyelre van szükség.

$\theta=45^\circ$ esetén figyelembe véve, hogy az elméleti támasztól 2,1 m távolsáig Ø8/100 kengyelezés szükséges, majd Ø8/300 minimális kengyelezés alkalmazható, és a tartóvégeken további 1-1 db kengyelt tervezve: $2 \cdot 22 + (7,8 - 2 \cdot 2,1)/0,3 - 1 + 2 \cdot 1 = 57$ db kengyel szükséges.

A hosszvasak különbözete

A három db végigvezetendő Ø16 acélbetét hosszöbblete a $\theta=29,7^\circ$ esetben a nyomatéki burkolóábra alapján:

$$\Delta l = 6 \cdot 0,65 = 3,9 \text{ fm}$$

Ha súlyegyenleget vonunk a fenti eredmény alapján, a vasszükséglet különbözete a $\theta=29,7^\circ$ rácsrúd dőlésszögű gerenda szempontjából:

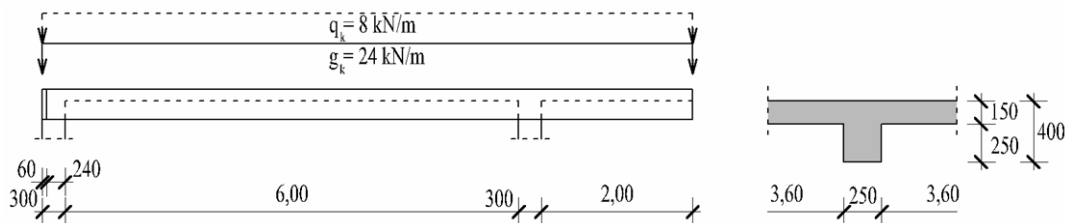
Kengyel: $\Delta G_{sk} = -(57-38) \cdot 1,66 \cdot 0,00395 = -0,124 \text{ kN}$, ahol 1,66 m egy kengyel hossza m-ben

Hosszvas: $\Delta G_{sh} = +3,9 \cdot 0,0158 = +0,062 \text{ kN}$

Összesítve 0,062 kN, azaz 6,2 kg vassal kevesebbre van szükség példánk esetében, ha a gerenda vasalását a $\theta=29,7^\circ$ rácsrúd dőlésszögnek megfelelően tervezzük. Ennél lényegesebb ugyanakkor az az előny, hogy 19 db-bal (33%-kal!) kevesebb kengyelt kell lehajlítani és összekötözni.

1.13. Kéttámaszú konzolos gerenda vasalásának tervezése a nyomatéki és nyíróerő ábra burkolásával, valamint egyszerűsített alakváltozási és repedéskorlátozási ellenőrzése

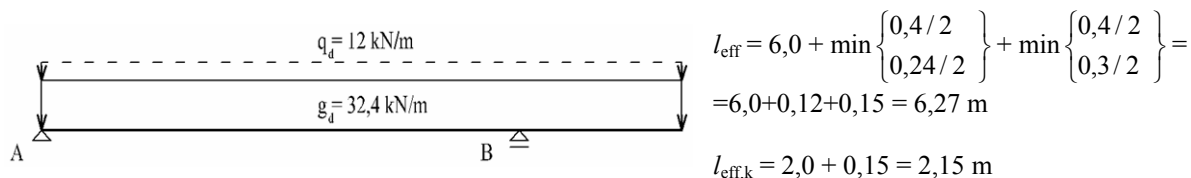
Feladat



C20/25 – 24/KK $f_{cd} = \frac{20}{1.5} = 13.3 \text{ N/mm}^2$ $\psi_2 = 0.3$ $w_{k,eng} = 0.4 \text{ mm}$
 B 60.50 $f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 435 \text{ N/mm}^2$ $c_{nom} = 20 \text{ mm}$
 Tervezzük meg a gerenda vasalását!

Megoldás

1. Statikai modell és mértékadó terhelés

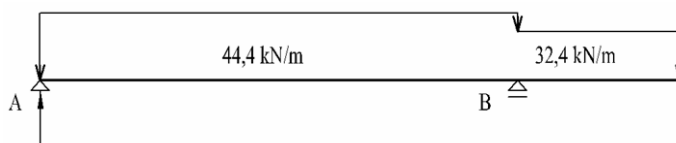


$g_{Ed} = 1.35 \cdot 24 = 32.4 \text{ kN/m}$ $q_{Ed} = 1.5 \cdot 8 = 12 \text{ kN/m}$

$p_{Ed} = g_{Ed} + q_{Ed} = 32.4 + 12 = 44.4 \text{ kN/m}$

2. Mértékadó igénybevételek

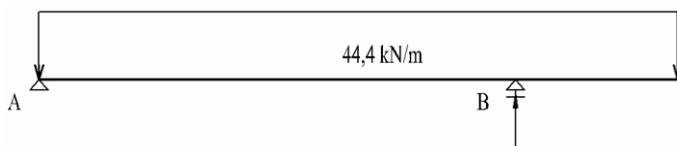
$+M_{max}$:



$A = \frac{44.4 \cdot 6.27^2 \cdot 0.5 - 32.4 \cdot 2.15^2 \cdot 0.5}{6.27} = 127.25 \text{ kN} = A_{max}$

$+M_{max} = \frac{A^2}{2p_{Ed}} = \frac{127.25^2}{2 \cdot 44.4} = 182.4 \text{ kNm}$

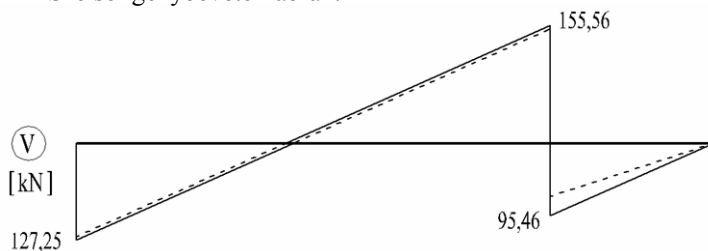
$-M_{max}$:



$-M_{max} = \frac{44.4 \cdot 2.15^2}{2} = 102.62 \text{ kNm}$

$B_{max} = \frac{44.4 \cdot 8.42^2}{2 \cdot 6.27} = 251.02 \text{ kN}$

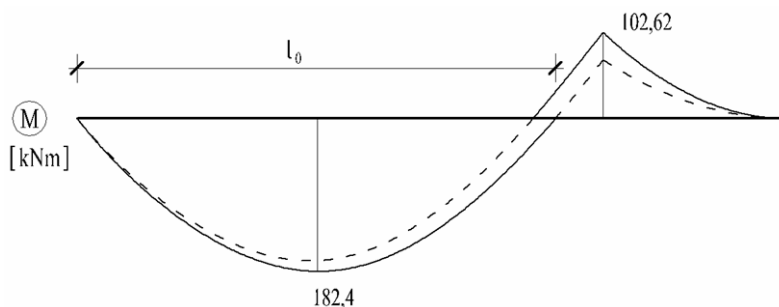
Szélső igénybevételi ábrák:



$V_{Ed,B}^+ = 2.15 \cdot 44.4 = 95.46 \text{ kN}$

$V_{Ed,B}^- = 251.02 - 95.46 = 155.56 \text{ kN}$

$l_o = \sqrt{\frac{8M}{p_{Ed}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 182.4}{44.4}} = 5.73 \text{ m}$



(Megengedhető közelítés (VS 18. o.):
 $0,85 \cdot 6,27 = 5,33$ m)

3. Méretezés hajlításra

Feltételezések: $\phi 8$ kengyel, $\phi 16$ fővas
 $d = 400 - 20 - 8 - 8 = 364$ mm

$-M_{\max}$ -nál:

$\Sigma M_s = 0$:

$$250 \cdot x_c \cdot 13,3 \cdot \left(364 - \frac{x_c}{2}\right) - 102,62 \cdot 10^6 = 0$$

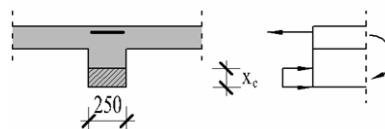
$$x_c = 364 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 102,62 \cdot 10^6}{250 \cdot 364^2 \cdot 13,3}}\right) = 98,0 \text{ mm} < \xi_{co} d = 0,49 \cdot 364 = 178 \text{ mm}$$

$$z = d - \frac{x_c}{2} = 364 - \frac{98,0}{2} = 315 \text{ mm}$$

$\Sigma M_c = 0$:

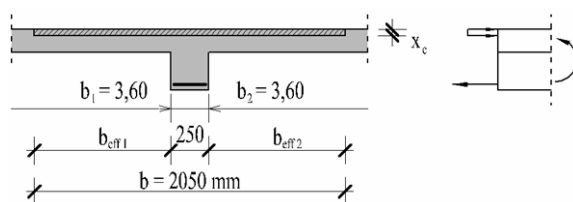
$$A_s = \frac{M}{z \cdot f_{yd}} = \frac{102,62 \cdot 10^6}{315 \cdot 435} = 749 \text{ mm}^2 \rightarrow 4 \phi 16 \quad A_{s,prov} = 804 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{s,min} = 1,3 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 364 = 118 \text{ mm}^2 \text{ rendben! (VS 51. o.)}$$



$+M_{\max}$ -nál:

$$b_{eff1} = b_{eff2} = \min \left\{ \begin{array}{l} b_i / 2 \\ 0,2l_0 \\ 0,1b_1 + 0,1l_0 \\ 6t \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 3,6 / 2 = 1,8 \\ 0,2 \cdot 5,73 = 1,14 \\ 0,1 \cdot 3,6 + 0,1 \cdot 5,73 = 0,93 \\ 6 \cdot 0,15 = 0,9 \end{array} \right\} = 0,9 \text{ m}$$



$$b = 2 \cdot 900 + 250 = 2050 \text{ mm}$$

$\Sigma M_s = 0$:

$$2050 \cdot x_c \cdot 13,3 \cdot \left(364 - \frac{x_c}{2}\right) - 182,4 \cdot 10^6 = 0$$

$$x_c = 364 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 182,4 \cdot 10^6}{2050 \cdot 364^2 \cdot 13,3}}\right) = 20,0 \text{ mm} < 150 \text{ mm}$$

$$< \xi_{co} d = 178,4 \text{ mm}$$

$$z = d - \frac{x_c}{2} = 364 - 20,0/2 = 354 \text{ mm (egy sorban elhelyezett vasalás esetén)}$$

$$\underline{\Sigma M_c = 0}: \quad A_s = \frac{M}{z \cdot f_{yd}} = \frac{182,4 \cdot 10^6}{354 \cdot 435} = 1184 \text{ mm}^2 \rightarrow 6 \phi 16 \quad A_{s,prov}=1206 \text{ mm}^2$$

Elférnek-e a vasak egy sorban? A vasak közötti legkisebb távolság (VS 51. o.):

$$a = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi = 16 \\ d_g + 5 = 24 + 5 \\ 20 \end{array} \right\} = 29 \text{ mm}$$

$$b_{szüks} = 2 \cdot (20 + 8) + 6 \cdot 16 + 5 \cdot 29 = 297 \text{ mm} > 250 \text{ mm} \quad \text{Nem férnek el!}$$

Alkalmazzunk 7 $\phi 16$ acélbetétet, két sorban: 5 + 2 db, ami a hatékony magasság $\frac{2}{7} \cdot (2 \cdot \frac{16}{2} + 24 + 5) = 12,9 \text{ mm}$ -es csökkenésével jár!

Ekkor – részletezés nélkül – $+M_{max}$ -nál: $d = 351 \text{ mm}$, $A_{s,prov}=1407 \text{ mm}^2$, $x_c = 22,4 \text{ mm}$, $z = 338,8 \text{ mm}$, $M_{Rd} = 207,4 \text{ kNm} > 182,4 \text{ kNm}$, megfelel!

4. Méretezés nyírásra:

Előkészítő számítások

A betonkeresztmetszet által nyírási vasalás nélkül egyensúlyozható legnagyobb nyíróerő:

A biztonság javára, közelítésképpen mindenütt $\rho_1 \cong 0$ -val számolunk és z -t $0,9d$ -vel közelítjük.

$$\text{VS. 22. o. (interpolációval):} \quad c \cong 0,366 \quad f_{ct,d} = 1,0 \text{ N/mm}^2 \quad d = 364 \text{ mm (B támasznál)}$$

$$V_{Rd,c} = c b_w d f_{ct,d} = 0,366 \cdot 250 \cdot 364 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} = 33,3 \text{ kN} < V_{Ed,A} = 127,25 \text{ kN},$$

azaz a nyírási vasalást mind az A, mind a B támasz környezetében méretezni kell!

A nyomott beton rácsrudak tönkremeneteléhez tartozó nyíróerő:

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} b_w z v f_{cd} = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 327,6 \cdot 0,55 \cdot 13,3 \cdot 10^{-3} = 299,5 \text{ kN} > V_{Ed,max}, \text{ rendben!}$$

$$z \approx 0,9 \cdot 364 = 327,6 \text{ mm}$$

$$v = 0,6 \cdot (1 - \frac{f_{ck}}{250}) = 0,6 \cdot (1 - \frac{20}{250}) = 0,55$$

A kengyelezésre vonatkozó szerkesztési szabályok (VS. 51-52. o.) szerint:

$$s_{max} = 0,75d = 0,75 \cdot 364 = 273 \text{ mm, amit } \phi 8/250 \text{ kengyelintenzitással realizálunk; ez megfelel}$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha} = \frac{101}{250 \cdot 250 \cdot 1} = 0,0016, \text{ azaz } 1,6\% \text{ nyírási vashányadnak: } > \rho_{w,min} = 0,72\%, \text{ rendben!}$$

A $\phi 8/250$ minimális kengyelezés nyírási teherbírása:

$$V_{Rd,s\phi 8/250} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{327,6}{250} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 57,6 \text{ kN} > V_{Rd,c} = 33,3 \text{ kN}$$

A nyírási vasalást ezután tehát csak ott kell méretezni, ahol $V_{Ed} > 57,6 \text{ kN}$

Az A támasznál (A jelű km.) $\phi 8$ függőleges kengyelezéssel (VS. 23.o.):

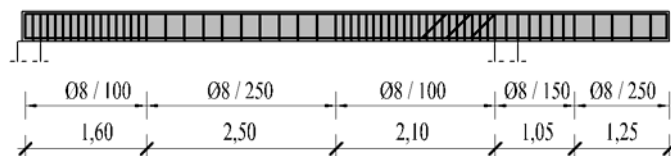
$$V_{Rd,s} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = V_{Ed} \rightarrow s = z \frac{A_{sw} f_{ywd}}{V_{Ed}}$$

$$s = 327,6 \cdot \frac{101 \cdot 435 \cdot 10^{-3}}{127,25} = 113 \text{ mm}$$

Alkalmazzunk $\phi 8/100$ kengyelosztást!

$$V_{Rd,s\phi 8/100} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{327,6}{100} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 143,9 \text{ kN} > 127,25 \text{ kN}, \text{ rendben!}$$

40



Nyíróerő határértékek a nyíróerő burkolóábrához a jobboldali támasz környezetében:

konzolon: $\phi 8/150$ kengyelezésnél: $V_{Rd,s} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{327,6}{150} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 95,9 \text{ kN}$

mezőben: $\phi 8/100 + \phi 16/328$ felhajlítás esetén: $V_{Rd,s} = 143,9 + 123,5 = 267,4 \text{ kN}$

5. Tartóvég vizsgálat az A támasznál

Az alsó vasakkal lehorgonyozandó erő, méretezett kengyelezést feltételezve (VS 25.o.):

-közelítő érték:

$$F_{Ed} = 1,15 V_{Ed} = 1,15 \cdot 127,25 = 146,6 \text{ kN}$$

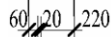
-pontosabb érték (egy soros vasalással):

$$F_{Ed} = (0,5 + 1,1 \cdot \frac{a_i}{d}) V_{Ed} = (0,5 + 1,1 \cdot \frac{120}{364}) \cdot 127,25 = 109,8 \text{ kN}$$

A vasvezetési terv alapján 4 $\phi 16$ vasat vezetünk a gerenda végéig. Vizsgáljuk meg, hogy a támasz belső síkjától rendelkezésre áll-e a minimális lehorgonyzási hossz:

Minimális lehorgonyzási hossz (VS. 52.o.):

$$l_{b,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 10\phi \\ 100 \text{ mm} \\ 0,3 l_b \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 160 \\ 100 \text{ mm} \\ 0,3 \cdot 47 \cdot 16 \end{array} \right\} = 226 \text{ mm} > 220 \text{ mm},$$

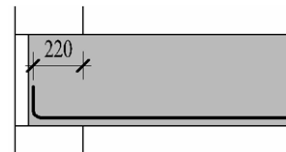


ezért a vas végét kampózni kell!

A lehorgonyzási hossz számításához a VS. 52. o. táblázat szerint $c = 47$.

Kampó alkalmazása esetén $\alpha_s = 0,7$, a kampózott $\phi 16$ -os vas lehorgonyzási hosszának számítási értéke:

$$l_{bd} = 0,7 \cdot 47 \cdot 16 = 527 \text{ mm}$$



A lehorgonyozható húzóerő:

$$F_{Rd} = \Sigma A_s f_{yd} \frac{220}{l_{bd}} = (4 \cdot 201 \cdot 435 \cdot \frac{220}{527}) 10^{-3} = 146,0 \text{ kN} > 109,8 \text{ kN} (F_{Ed} \text{ pontosabb értéke}), \text{ rendben!}$$

$$\approx 146,6 \text{ kN} (F_{Ed} \text{ közelítő értéke})$$

6. Alakváltozási ellenőrzés (VS. 42-43.o.):

A vasbeton gerenda eleget tesz a $w \leq l/250$ lehajlás-korlátozásnak (VS. 42. o.), ha

$$\frac{l/K}{d} \leq \alpha (l/d)_{eng},$$

ahol l az elméleti támaszköz (l_{eff}), K a megtámasztási viszonyoktól függ, a VS 43. oldalán táblázatból vehető (l/K közelítőleg a nyomatéki zéruspontok közötti távolság), továbbá:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \beta \frac{p_{Ed}}{p_{qp}}}$$

$$p_{qp} = g_k + \psi_2 q_k \text{ a terhelés kvázi állandó értéke}$$

$$\beta = \frac{M_{Rd}}{M_{Ed}} \frac{500}{f_{yk}}$$

$$(l/d)_{eng} \text{ karcsúsági határ a VS. 43. o. táblázatból vehető.}$$

Esetünkben a fenti feltételt a mezőre vonatkozóan értelmezzük:

-a tényleges karcsúsági arány számításához $K = 1,3$ (VS. 43. o., konzolos gerenda).

$$\frac{l/K}{d} = \frac{6270/1,3}{351} = 13,7$$

Pontosabban járunk el, ha l/K helyett a nyomatéki 0-pontok közötti tényleges távolságot helyettesítjük, amit esetünkben az egyttldolgozó fejlemez szélességhez már meg is határoztunk: $l_0 = 5730 \text{ mm}$.

$$\frac{l_o}{d} = \frac{5730}{351} = 16,3$$

-a megengedett karcsúsági arány számítása:

Kvázi állandó teher: $p_{qp} = g_k + 0,3q_k = 24 + 0,3 \cdot 8 = 26,4 \text{ kN/m}$

$$\beta = \frac{M_{Rd}}{M_{Ed}} \frac{500}{f_{yk}} = \frac{207,4}{182,4} \cdot 1 = 1,14$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \beta \frac{p_{Ed}}{p_{qp}}} = \sqrt{\frac{1}{2} 1,14 \frac{44,4}{26,4}} = 0,98$$

$$\beta \frac{p_{Ed}}{b_{eff}} = 1,14 \frac{44,4}{2,05} = 24,7 \text{ kN/m}^2$$

(Megjegyzés: 2,05 m az együttdolgozó lemezszélesség)

A VS. 44. o. táblázatból:

$$(l/d)_{eng} \approx 18,0 \quad \text{így} \quad \alpha (l/d)_{eng} = 0,98 \cdot 18,0 = 17,64$$

Ellenőrzés:

$$\frac{l_o}{d} = 16,3 \leq \alpha (l/d)_{eng} = 17,64 \quad \text{rendben, a gerenda az alakváltozási követelményre megfelel.}$$

7. A repedéstágasság közelítő ellenőrzése

Kvázi állandó terhelésből:

$$\sigma_s \cong \frac{p_{qp}}{p_{Ed}} \cdot 435 = \frac{26,4}{44,4} \times 435 = 258,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\omega_{k,eng} = 0,4 \text{ mm esetén (VS 48.o.): } \phi_{max} \cong 18 \text{ mm} > \phi 16, \text{ megfelel!}$$

M

[kNm]



Néhány megjegyzés a nyomatéki burkolóábrához

1. A hosszléptéket célszerű 1:50 méretarányban megfelelően felvenni, a nyomatéki léptéket a legnagyobb hajlítónyomaték értékéhez igazítani.
2. A szélső nyomatéki ábrát folytonos vonallal, a – nyírási repedések ferdesége miatt – eltolt nyomatéki ábrát vastag szaggatott vonallal, a nyomatéki ellenállásnak megfelelő nyomatéki burkolóábrát vastag vonallal ábrázoltuk. A nyomatéki megfelelés az ábrából könnyen megállapítható: a burkolóábra ténylegesen be kell burkolja az eltolt M-ábrát, azaz metszéke minden pontban nagyobb kell legyen.
3. A záróvonal alatti és feletti vízszintes sávok az egyes acélbetétek nyomatéki teherbírásának felelnek meg, amit a megfelelő vas konszignációs jelének feltüntetésével ábrázoltunk. A mezőben lehorgonyzott vasak nyomatéki teherbírása a lehorgonyzási hosszuk mentén lineárisan csökken nullára. A felhajlított vasak esetében a felhajlítás helyén ugrás van az ábrában: pozitív nyomatéki teherbírásuk hirtelen nullára csökken. Felérkezési pontjuktól viszont negatív nyomatéki teherbírásuknak megfelelő ugrás van a negatív nyomatéki burkolóábrában. A nyomatéki teherbírás nullára csökkenését a gerenda fizikai végein az egyszerűség kedvéért nem tüntettük fel.
4. Az ábrán feltüntetett a felhajlított 5 jelű vas jobboldali végpontjának meghatározására vonatkozó feltételeket:
 - a) a felérkezési ponttól legalább $1,43 \cdot 1,3 \cdot l_{bd}$, ahol az 1,43-as szorzó arra vonatkozik, hogy 300 mm-nél magasabb gerendák esetén a várhatóan gyengébb betonminőség miatt a felső vasak lehorgonyzási hosszát 43%-kal meg kell növelni, az 1,3-as szorzó felhajlított vasak lehorgonyzási hosszára vonatkozóan előírt (vö. VS. 51. o.), l_{bd} pedig a lehorgonyzási hossz tervezési értéke
 - b) a vasat $1,43 l_{bd}$ lehorgonyzási hosszal túl kell nyújtani attól a ponttól, ahol még 100%-osan kihasznált: ez a pont az eltolt nyomatéki ábra és a vas nyomatéki teherbírásának sávját felül határoló vízszintes egyenes metszéspontja
 - c) végül a vasat $1,43 l_{b,min}$ hosszal túl kell vezetni azon a ponton, ahol nyomatéki teherbírására már éppen nincs szükség: ez a pont az eltolt nyomatéki ábra és a vas nyomatéki teherbírásának sávját alul határoló vízszintes egyenes metszéspontja.A vas fizikai végét a fenti három feltétel közül a legnagyobb vashosszat eredményező határozza meg. Esetünkben a mértékadó a b) feltétel volt.

A *nyíróerő burkolóábra* a fentiek értelemszerű alkalmazásával értelmezhető. A nyírási teherbírás – általában a kengyelezés intenzitásának megfelelően - szakaszosan állandó.

Néhány megjegyzés a *gerenda vasalási tervének* készítéséhez:

Egy monolit vasbeton gerenda kiviteli terve az ábrázoltaktól csupán az alábbiakban tér el:

1. Az egyes hosszacélbetétek vetületi összefüggésben ábrázolt rajzát a gerenda röntgenkép-szerű hosszmetsete alá kell elhelyezni, a megadott adatok (konszignációs jel, darabszám, átmérő, teljes vashossz m-ben, részhosszak mm-ben) feltüntetésével
2. A megértéshez szükséges számú keresztmetset készítenő M=1:20 vagy M=1:25 léptékben, a különböző kengyelek kirajzolásával és részletes adatainak megadásával.
3. A konszignációs jelekkel ellátott vasak mennyiségét vaskivonat készítésével kell összegezni, amely esetünkben az alábbi lenne:
4. Burkolóábrák nem részei a kiviteli tervnek.
5. A beton szabványos jelét (szilárdsági osztály, max. adaléscemcse átmérő, konzisztencia) fel kell tüntetni.

Betonacél kivonat a G1 jelű gerenda kiviteli tervéhez acélminőség: B60.50

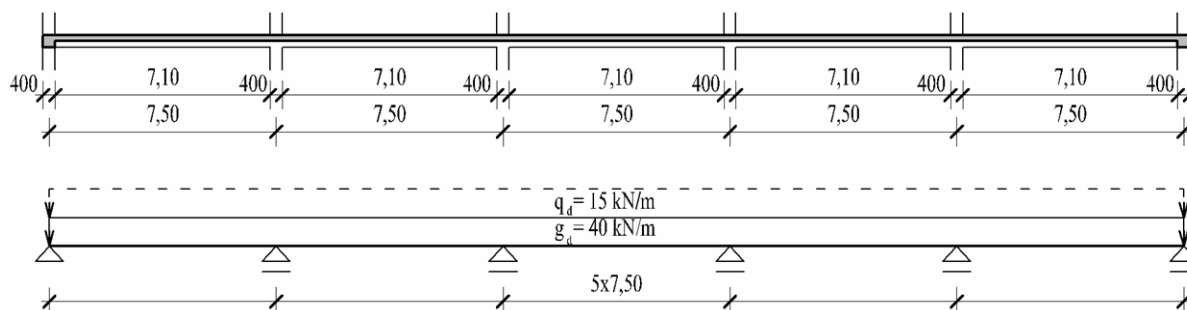
Jel	Db	Ø	Hossz	Összes hossz (m)	
		Mm	m	Ø8	Ø16
1	2	16	8,63		17,26
2	2	16	8,76		17,52
3	2	16	3,42		6,84
4	1	16	7,70		7,70
5	1	16	7,54		7,54
6	1	16	7,24		7,24
7	62	8	1,26	78,12	
Összes hossz (m)				78,12	64,1
Fajlagos tömeg (kg/m)				0,395	1,58
Összes tömeg (kg)				30,9	101,3

A betonacél kivonat a gyakorlatban természetesen nem gerendaként, hanem a tartószerkezeti tervdokumentáció egy-egy tervlapja tartalmának megfelelő bontásban (pl. födémterv vagy gerendák és koszorúk részletterve stb.) készül. Készítésének egyik fő célja, hogy a mennyiségi kimutatás az építmény költségvetésének elkészítéséhez rendelkezésre álljon.

1.14. Többszemes tartó vasalásának tervezése, a használati határállapotok jellemzőinek egyszerűsített ellenőrzése

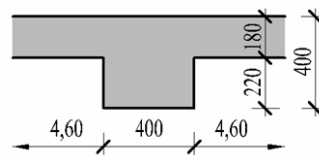
Adatok

Egy többszemes, többtraktusú, hosszvázis monolit vasbeton tartószerkezetű épület általános szintjén, a földemlemezrel együtt betonozott többszemes gerendájának geometriai és terhelési adatai az alábbiak:



A gerendák tengelytávolsága: 5,0 m

$$\begin{aligned} \text{C20/25} - 24/\text{KK} \quad f_{cd} &= \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ N/mm}^2 \quad \psi_2 = 0,3 \\ \text{B 60.50} \quad f_{yd} &= \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2 \\ w_{k,eng} &= 0,4 \text{ mm} \quad c_{nom} = 20 \text{ mm} \end{aligned}$$



- Feladatok:**
- Az alakváltozási követelmény alapján ellenőrizzük a méretfelvétel helyességét $\alpha = \beta = 1,0$ feltételezésével!
 - Tervezzük meg a gerenda egyik közbenső mezőjének vasalását (hajlításra, nyírásra)!
 - Ellenőrizzük a $w_k \leq 0,4 \text{ mm}$ repedéstágassági követelmény teljesülését $-M_{max}$ -nál!
 - Készítsünk vasalási vázlatot!

Megoldás

a) A méretfelvétel ellenőrzése

Mértékadó a szélső mező

$\phi 20$ -as húzott acélbetétek és $\phi 8$ kengyelek feltételezésével:

$$d = 400 - 20 - 8 - 20/2 = 362 \text{ mm}$$

$$\frac{l/K}{d} = \frac{7,5/1,3}{0,362} = 15,94$$

$(l/d)_{eng}$ meghatározásához szükség van az együttdolgozó lemezszélességre (VS 44. o.):

$$b_{eff1} = b_{eff2} = \min \left\{ \begin{aligned} b_1 / 2 &= b_2 / 2 = 4,6 / 2 \\ 0,2l_0 &= 0,2 \cdot 0,85 \cdot 7,5 = 1,275 \\ 0,1b_1 + 0,1l_0 &= 0,1 \cdot 4,6 + 1,275 / 2 = 1,10 \\ 6t &= 6 \cdot 0,18 = 1,08 \end{aligned} \right\} = 1,08 \text{ m}$$

$$b_{eff} = b_w + 2b_{eff1} = 0,40 + 2 \times 1,08 = 2,56 \text{ m}$$

$$\beta \frac{p_{Ed}}{b_{eff}} = 1,0 \frac{1,35 \cdot 29,63 + 1,5 \cdot 10}{2,56} = \frac{55}{2,56} = 21,5$$

A VS 44. o. táblázatból: $(l/d)_{eng} = 18$

A gerenda alakváltozásra megfelel, mert $(l/d)_{eng} = 18 > \frac{l/K}{d} = 15,94$

b) A vasalás tervezése

A megnövelt (helyettesítő) teher alkalmazhatóságára vonatkozó feltételek (szomszédos mezők teher- és támaszköz arányai, VS 13. o.) teljesülnek.

$$p_{Ed} = g_d + 1,5q_d = 40 + 1,5 \cdot 15 = 62,5 \text{ kN/m}$$

A szélső mezőkben és a belső támaszoknál ébredő nyomaték:

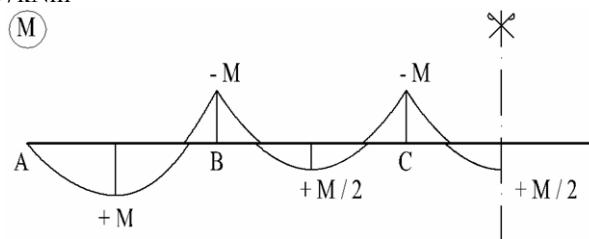
$$M_{Ed} = M_{\max}^- = M_{\max}^+ = \frac{p_{Ed} l_{\text{eff}}^2}{11,6} = \frac{62,5 \cdot 7,5^2}{11,6} = 303,07 \text{ kNm}$$

A legnagyobb pozitív nyomaték a belső mezőkben:

$$M_{Ed} = M_{\max}^+ = \frac{p_{Ed} l_{\text{eff}}^2}{23,2} = \frac{62,5 \cdot 7,5^2}{23,2} = 151,54 \text{ kNm}$$

Nyíróerő a belső mezők támaszainál:

$$V_{Ed} = \frac{p_{Ed} l_{\text{eff}}}{2} = \frac{62,5 \cdot 7,5}{2} = 234,38 \text{ kN}$$



Méretezés hajlításra

$-M_{\max}$ -nál

$$\Sigma M_s = 0:$$

$$400 \times x_c \times 13,3 \cdot \left(362 - \frac{x}{2}\right) - 303,07 \cdot 10^6 = 0$$

$$x_c = 362 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 303,07 \cdot 10^6}{400 \cdot 362^2 \cdot 13,3}}\right) = 231,2 \text{ mm} > \xi_{c,pl} d = 0,36 \cdot 362 = 130,3 \text{ mm}$$

(Képlékeny nyomatékatrendezés esetén $x_c \leq \xi_{c,pl} \times d$, VS. 19. o., a képlékeny csukló elfordulási képességét most nem vizsgáljuk). Korlátozzuk x_c -t $x_{co} = \xi_{c,pl} d = 130,3 \text{ mm}$ értékben!

$$M_{Rdo} = x_{co} b f_{cd} \left(d - \frac{x_{co}}{2}\right) = 130,3 \cdot 400 \cdot 13,3 \cdot \left(362 - \frac{130,3}{2}\right) \cdot 10^{-6} = 205,77 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rdo} = 303,07 - 205,77 = 97,3 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = f_{yd} A'_{s2} z_s \Rightarrow A'_{s2} = \frac{97,3 \cdot 10^6}{435 \cdot (362 - 20 - 8 - 10)} = 690,4 \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} = A'_{s2} + \frac{M_{Rdo}}{f_{yd} \left(d_1 - \frac{x_{co}}{2}\right)} = 690,4 + \frac{205,77 \cdot 10^6}{435 \cdot (362 - 130,3/2)} = 2284 \text{ mm}^2$$

A szükséges vasmenyiség realizálása:

$$2 \times 2 \phi 16 \text{ (alsó sarokvasak átfogásos toldással)} \rightarrow A'_{s2,prov} = 804 \text{ mm}^2 > 690,4 \text{ mm}^2$$

$$4 \phi 20 + 5 \phi 16 \rightarrow A_{s1,prov} = 1257 + 1005 = 2262 \text{ mm}^2, \text{ ami ugyan } < 2284, \text{ de } A'_{s2} \text{ többlet miatt}$$

$$x_c = \frac{(2262 - 804) \cdot 435}{400 \cdot 13,3} = 119,2 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = [804 \cdot 435 \cdot 324 + (2262 - 804) \cdot 435 \cdot (362 - 59,6)] \cdot 10^{-6} = 113,31 + 191,79 = 305,10 \text{ kNm}$$

$$> M_{\max}^- = 303,7 \text{ kNm, rendben!}$$

Megjegyezzük, hogy az $5 \phi 16$ vasat az alsó övből felhajlított vasakként tervezzük. Számuk páratlan, ezért bajuszvasat nem fogunk tervezni, hanem a támasznál balról-jobbról érkező 1-1 $\phi 16$ -os felhajlítás együttesen fog 1 $\phi 16$ vasnak megfelelő negatív nyomatéki hányadot egyensúlyozni. További 2-2 $\phi 16$ vasat hajlítunk fel a mezőből, így összesen 3-3 $\phi 16$ felhajlítást tervezünk. A 3 $\phi 16$ vasat a pozitív nyomatékra való tervezésnél mint adatot vesszük majd figyelembe, hasonlóképpen a 3 $\phi 16$ felhajlítást adottságként kezeljük a nyírási méretezésnél.

A szerkesztési szabályok ellenőrzése:

$$\rho = \frac{2262}{400 \cdot 362} = 15,6\% > \rho_{\min} = 1,3\%$$

$$A_{s,\max} = 0,04 A_c = 0,04 \cdot 400 \cdot 400 = 6400 \text{ mm}^2 > A_{s,prov} = 2262 + 1016 = 3278 \text{ mm}^2, \text{ rendben!}$$

Elférnek-e felül a vasak egy sorban, ha 2Ø20 acélbetétet a gerincszélességen kívül helyezünk el?

A vasak közötti legkisebb távolság (VS. 51. o.):

$$a = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi = 18 \\ 20 \\ d_g + 5 = 24 + 5 \end{array} \right\} = 29 \text{ mm}$$

$$b_{\text{szüks}} = 2 \cdot (20 + 10) + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 3 \cdot 16 + 7 \cdot (24 + 5) = 399 \text{ mm} < 400 \text{ mm, rendben!}$$

+ M_{max} – nál (a belső mezőkben): $M_{\text{Ed}} = 151,54 \text{ kNm}$

$$b_{\text{eff1}} = b_{\text{eff2}} = \min \left\{ \begin{array}{l} b_1 / 2 = b_2 / 2 = 4,6 / 2 \\ 0,2l_0 = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 7,5 = 1,05 \\ 0,1b_1 + 0,1l_0 = 1,05 / 2 + 0,1 \cdot 4,6 = 0,985 \\ 6t = 6 \cdot 0,18 = 1,08 \end{array} \right\} = 0,985 \text{ m}$$

$$b_{\text{eff}} = b_w + 2b_{\text{eff1}} = 0,40 + 2 \cdot 0,985 = 2,37 \text{ m}$$

$$\underline{\Sigma M_s = 0}: \quad 2370 \cdot x_c \cdot 13,3(362 - \frac{x_c}{2}) - 151,54 \cdot 10^6 = 0$$

$$x_c = 362 \cdot (1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 151,54 \cdot 10^6}{2370 \cdot 362^2 \cdot 13,3}}) = 13,5 \text{ mm} < 180 \text{ mm}$$

$$< \xi_{\text{co}} d = 177,4 \text{ mm}$$

$$z = d - \frac{x_c}{2} = 362 - 13,5/2 = 355,2 \text{ mm}$$

$$\underline{\Sigma M_c = 0}: \quad A_s = \frac{M}{z f_{yd}} = \frac{151,54 \cdot 10^6}{355,2 \cdot 435} = 980,8 \text{ mm}^2 \rightarrow 5\phi 16 \quad A_{s,\text{prov}} = 1005 \text{ mm}^2$$

Elfér egy sorban?

$$b_{\text{requ}} = 2 \cdot (20 + 10) + 5 \cdot 16 + 4 \cdot 29 = 256 \text{ mm} < 400 \text{ mm} \quad \text{elfér!}$$

Méretezés nyírásra

$$d = 362 \text{ mm és C20/25 beton esetén VS 22. o. táblázata szerint: } c \cong 0,338 \quad f_{\text{ct,d}} = 1,0 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{\text{Rd,c}} = c b_w d f_{\text{ct,d}} = 0,338 \cdot 400 \cdot 362 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} = 48,94 \text{ kN} < V_{\text{Ed,max}} = 234,4 \text{ kN} \quad \text{nyírási vasalás szükséges!}$$

$$V_{\text{Rd,max}} = \frac{1}{2} b_w z v f_{\text{cd}} = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 326 \cdot 0,55 \cdot 13,3 \cdot 10^{-3} = 476,9 \text{ kN} > V_{\text{Ed,max}} \text{ rendben!}$$

$$z \approx 0,9 \cdot 362 = 326 \text{ mm}$$

$$v = 0,6 \cdot (1 - \frac{f_{\text{ck}}}{250}) = 0,6 \cdot (1 - \frac{20}{250}) = 0,55$$

A kengyelezésre vonatkozó szerkesztési szabályok (VS 51-52. o.) szerint:

$$s_{\text{max}} = 0,75d = 0,75 \cdot 362 = 272 \text{ mm, amit } \phi 8/250 \text{ kengyelintenzitással realizálunk. Ez megfelel}$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha} = \frac{101}{250 \cdot 400} = 0,0010, \text{ azaz } 1,0\% \text{ nyírási vashányadnak, ami } > \rho_{w,\text{min}} = 0,72\%$$

A $\phi 8/250$ minimális kengyelezés nyírási teherbírása:

$$V_{\text{Rd,s}\phi 8/250} = \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \frac{326}{250} \cdot 101 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 57,3 \text{ kN} > V_{\text{Rd,c}}$$

A nyírási vasalást ezután tehát csak ott kell méretezni, ahol $V_{\text{Ed}} > 57,3 \text{ kN}$

A mezőnyomatékra tervezett vasalásból $3\phi 16$ -os vasat felhajlítunk, a felhajlítások távolsága: $s_b = 400 - 2 \cdot (20 + 8) = 328 \text{ mm}$

$$V_{\text{Rd,s}} = \sqrt{2} \frac{z}{s} A_{sw} f_{ywd} = \sqrt{2} \cdot \frac{326}{328} \cdot 201 \cdot 435 \cdot 10^{-3} = 122,8 \text{ kN} > \frac{V_{\text{Ed}}}{2} = \frac{234,4}{2} = 117,2 \text{ kN,}$$

tehát csak $117,2 \text{ kN}$ vehető fel felhajlított acélbetétekkel, és a kengyeleket a nyíróerő másik felére kell méretezni (VS. 54.o.):

$$s = z \times \frac{A_{sw} f_{ywd}}{V_{Ed}} = 326 \cdot \frac{101 \cdot 435}{117,2} \cdot 10^{-3} = 122 \text{ mm}$$

A támasznál az oszlop síkjától számított harmadik felhajlított vas után:

$$V_{Ed} = V_{Ed,max} - (0,2 + 3s_b) p_d = 234,4 - (0,2 + 3 \cdot 0,328) \cdot 62,5 = 160,4 \text{ kN}$$

$\phi 8$ függőleges kengyelek szükséges távolsága itt:

$$s = z \frac{A_{sw} f_{ywd}}{V_{Ed}} = 326 \cdot \frac{101 \cdot 435}{160,4} \cdot 10^{-3} = 89,3 \text{ mm}$$

A kengyelezés ritkítása érdekében célszerűnek látszik – ezen a szakaszon – áttérni $\phi 10$ -es kengyelátmérőre.

$$s = z \frac{A_{sw} f_{ywd}}{V_{Ed}} = 326 \cdot \frac{157 \cdot 435}{160,4} \cdot 10^{-3} = 138,8 \text{ mm} \rightarrow \phi 10/125, \text{ ezt az intenzitást egyszerűsítésként a}$$

támaszig is elvisszük (a támasz irányában nem ritkítjuk a kengyelezést)!

A támasz közvetlen környezetében, ahol méretezett nyomott vasalást terveztünk, ellenőrzendő, hogy:

$$s \leq 12\phi' = 12 \cdot 16 = 192 \text{ mm. A } \phi 10/125 \text{ kengyelezés megfelel ennek a követelménynek.}$$

Meddig szükséges kengyelsűrítés a mező irányában?

$$l_w = \frac{234,4 - 57,3}{62,5} = 2,84 \text{ m (az oszlop szélétől 2,64 m)}$$

c) Repedéstágasság közelítő ellenőrzése

Kvázi állandó terhelés: $p_{qp} = 29,63 + 0,3 \cdot 10 = 32,6 \text{ kN/m}$

$$P_{Ed} = 40 + 1,5 \cdot 10 = 55 \text{ kN/m}$$

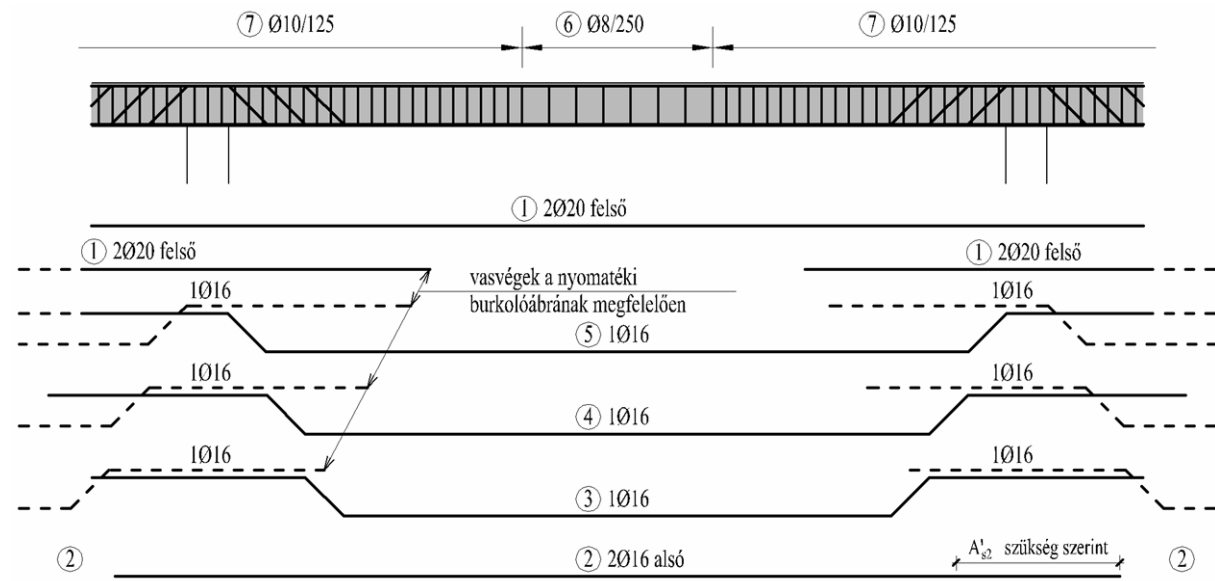
$$\sigma_s \approx \frac{p_{qp}}{P_{Ed}} \cdot 435 = \frac{32,6}{55} \cdot 435 = 257,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\omega_k = 0,4 \text{ mm esetén (VS. 48.o.): } \phi_{max} = 18 \text{ mm}$$

4 $\phi 20$ + 5 $\phi 16$ húzott vasalás esetén az egyenértékű átmérő:

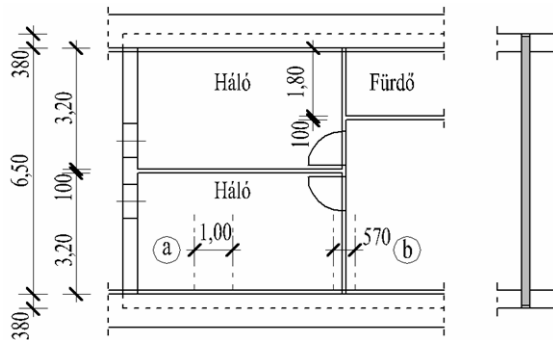
$$\phi_{equ} = \frac{\sum \phi^2}{\sum \phi} = \frac{4 \cdot 20^2 + 5 \cdot 16^2}{4 \cdot 20 + 5 \cdot 16} = 18 \text{ mm éppen megfelel!}$$

d) Vasalási vázlat



1.15. Előregyártott vasbeton gerendás, béléstest födém

Feladat



Az ábrán egy családi ház tetőtéri alaprajzi részletét ábrázoltuk.

a) POROTHERM gerendák milyen kiosztása szükséges a 6,50 m falközméretű födémzakaszon a két háló között?

b) Megfelel-e gerendakettőzés a háló és fürdő közötti válaszfal alatt? A kettőzött gerenda terhelési sávjának szélessége $450 + 120 = 570$ mm, ezt jelöltük az alaprajzon.

A födém részletei a VS. 63-64. oldalán láthatók.

A 23 cm vastag (17 cm béléstest + 6 cm felbeton) POROTHERM födémszerkezet önsúlya $3,30 \text{ kN/m}^2$. A válaszfalak 10 cm vastag Ytong falak, átlagos magasságuk 2,4 m, önsúlyuk $0,7 \text{ kN/m}^2$. A padozati rétegek súlya $2,0 \text{ kN/m}^2$.

A gyártó alkalmazási segédlete alapján (VS. 64. o.) 17 + 6 cm-es födémszerkezet és 6,50 m-es falközméret esetén

-egyesével beépített gerendák nyomatéki teherbírása: $M_{Rd} = 25,6 \text{ kNm}$,

-kettőzve beépített gerendák nyomatéki teherbírása: $M_{Rd} = 48,9 \text{ kNm}$

Megoldás

1. Mértékadó terhek

A födém mértékadó terhelése: $p_d = 1,35 \cdot (3,30 + 2,0) + 1,5 \cdot 2,0 = 10,16 \text{ kN/m}^2$

Válaszfal terhelés: $p_{d,vf} = 1,35 \cdot 2,4 \cdot 0,7 = 2,27 \text{ kN/m}$

2. Teherbírás ellenőrzése

2.1. A hálósobák alatti födémzakasz (az alaprajzon „a,„ jelű)

Elméleti támaszköz: $l_{eff} = 6,50 + 2 \cdot 0,23/2 = 6,73 \text{ m}^8$

1 m széles födémávra vonatkozóan:

$$M_{Ed} = 10,16 \cdot 6,73^2/8 + 2,27 \cdot 6,73/4 = 57,52 + 3,82 = 61,34 \text{ kNm}$$

45 cm-ként egyesével beépített gerendák esetén 1 m széles födémávra vonatkozóan:

$$M_{Rd} = 25,6/0,45 = 56,89 \text{ kNm}, \text{ nem felel meg!}$$

Ha minden második pozícióban a gerendákat kettőzve építjük be, akkor egy $2 \cdot 0,45 + 0,12 = 1,02 \text{ m}$ széles födémávban egy kettőzött és egy egyesével beépített gerenda lesz. 1 m széles födémávra vonatkozóan tehát:

$$M_{Rd} = (25,6 + 48,9)/1,02 = 73,04 \text{ kNm} > M_{Ed} = 61,34 \text{ kNm}, \text{ megfelel!}$$

(A födémszerkezet kismértékű önsúlynövekménye a kettőzött gerendák következtében elhanyagolható.)

⁸ A födémgerenda elhelyezéskor csak 120-130 mm-t fekszik ugyan fel a falra, de a koszorú beton megszilárdulása után ható terhekre (és ebben az önsúly egy része is benne van, mert az ideiglenes megtámasztásokat azután távolítják el) a födémszerkezet felfekvési hossza a koszorú szélességi mérete, ami nagyobb, mint a födémszerkezet 230 mm-es magassága, ezért ez utóbbi a mértékadó az elméleti támaszköz számításánál. Megjegyzendő, hogy a nagyobb támaszköz méret a biztonság javára közelít.

2.2. Fürdő- és hálószoza közötti válaszfal alatti kettőzött gerenda (az alaprajzon „b„ jelű) ellenőrzése. Terhelő mező szélessége: 0,57 m. A terhelő válaszfal súlya okozta többletnyomaték:

$$M_{Ed,vf1} = 2,27 \cdot 6,73^2 / 8 = 12,85 \text{ kNm}$$

A középső válaszfal $(0,57 - 0,1)/2 = 0,24$ m hosszú szakaszának súlya okozta többletnyomaték:

$$M_{Ed,vf2} = 0,24 \cdot 2,27 \cdot 6,73 / 4 = 0,92 \text{ kNm}$$

(A fürdő melletti keresztirányú válaszfal szakasz hatását a hosszirányú válaszfal két ajtónyílására való tekintettel elhanyagoljuk.)

0,57 m széles födémcsáv mértékadó nyomatéka tehát itt:

$$M_{Ed} = 0,57 \cdot 10,16 \cdot 6,73^2 / 8 + 0,92 + 12,85 = 46,56 \text{ kNm} < M_{Rd} = 48,9 \text{ kNm}, \text{ megfelel!}$$

Teherbírási szempontból tehát mindkét helyen megfelel a váltakozva párosával illetve egyesével, 45 cm-re beépített gerendák sora, de a gerendákkal párhuzamos válaszfal alá gerendapárt kell helyezni.

3. Használhatósági követelmények ellenőrzése

A karcsúsági arányszám: $l_{eff}/d = 6730/(230-30) = 33,7$

A megengedett érték a VS 39. oldal táblázata szerint C16-os felbeton esetén az adott terhelés mellett csak 28. Az egyik lehetőség jobb betonminőség alkalmazása (a táblázat szerint C30-ra lenne szükség), a gyakorlatban inkább a födém túlemlését alkalmazzák. A gyártó mezőközepén $l/300$ mértékű túlemlést ír elő (VS 58. o.):

$$l_{eff}/300 = 6730/300 \cong 23 \text{ mm}$$

túlemlés és a lehajlás számításal történő igazolása szükséges! Ez utóbbira itt most nem térünk ki. Figyeljünk fel arra, hogy az EUROCODE előírásai a merevség szempontjából igen szigorúak, az MSZ eddigi előírásainál merevebb szerkezeteket igényelnek.

4. Tűzállósági szempontból az Építésügyi Minőségellenőrző Intézet (ÉMI) által kiadott építőipari műszaki alkalmassági engedély alapján emeletközi és zárófödémként 20 mm vastag mészhabarcs vagy javított mészhabarcs vakolattal felel csak meg, mivel a tűzállósági követelménynek megfelelő betonfedés egyébként nem biztosítható.

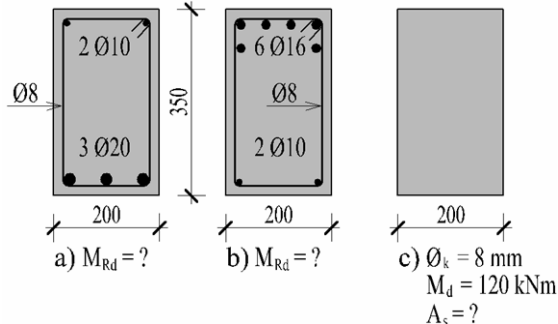
5. Kivitelezés során figyelni kell a gyártó által ugyancsak előírt építés közbeni (ideiglenes) alátámasztások elkészítésére.

GERENDÁK

Gyakorló feladatok és kérdések

1. C20/25-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 20$ mm

A 2Ø10 szerelővas a biztonság javára elhanyagolható



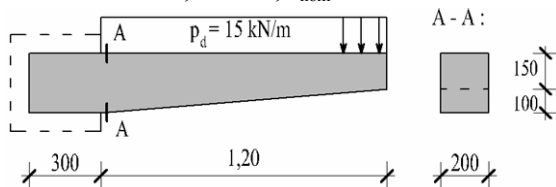
2. a) Hajlított keresztmetszetek tervezésekor mikor alkalmazunk nyomott vasalást?

b) Milyen feltétel kolatozza a nyomott vasalás mennyiségét?

c) Milyen összefüggés van a kengyelezés és a nyomott vasalás között?

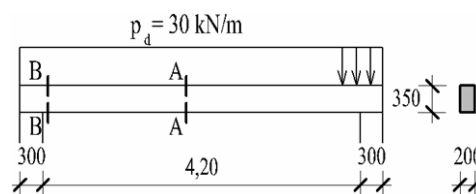
3. Konzolgerenda

C20/25-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 20$ mm



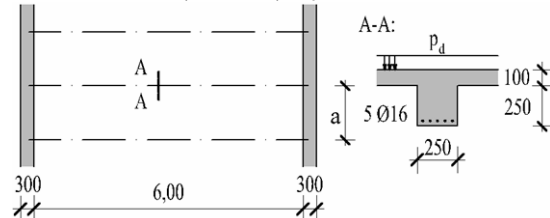
Tervezze meg a húzott vasalást és rajzolja be a hossz- és keresztmetszetbe!

4. C16/20- 24/KK, B60.40, $c_{nom} = 20$ mm



Méretezze a gerenda A-A és B-B keresztmetszetét!

5. C20/25-32/KK, B60.40, $c_{nom} = 20$ mm



a) $a = ?$, ha $p_{Ed} = 8$ kN/m²

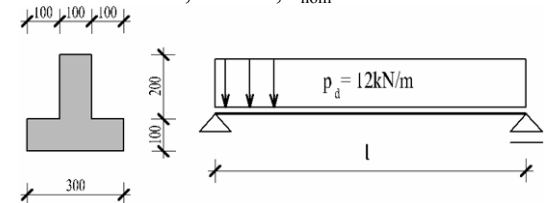
b) Megfelel-e nyírásra 2x1Ø16 felhajlítás az elméleti támasznál (a minimális kengyelezés figyelembe vételével)?

6. Egy 2,40 m széles tolóajtó fölött 250 mm áll rendelkezésre, hogy monolit vasbeton áthidalót készítsünk előregyártott födém alátámasztására üreges téglából készült 360 mm vastag falazaton. A külső oldalon 60 mm vastag hőszigetelést alkalmazunk.

Hány db Ø12-es húzott vasat tervezne a kiváltóba, ha a terhelés tervezési értéke 30 kN/m, C16/20-32/KK betont és B60.50 –es betonacélt használunk, és a betonfedés 20 mm?

Szükséges-e méretezett nyírasi vasalás?

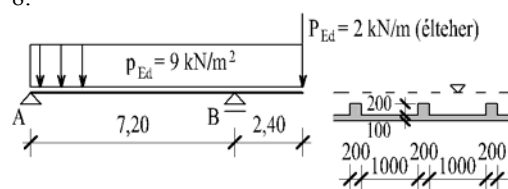
7. C30/37-16/KK, B60.50, $c_{nom} = 15$ mm



a) $l_{max} = ?$, ha $A_s = 0$ (nyomott vasalás)

b) Milyen kengyelesűrűséget alkalmazna Ø6 (BHS 55.50) kengyelekből az a) szerinti támaszköz esetén?

8.

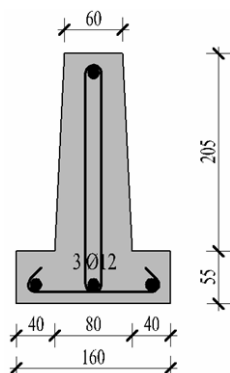


Méretezze a felülbordás födém egy bordájának B támasz fölötti keresztmetszetét! Anyagok és betonfedés mint a 3. feladatban

GERENDÁK

Gyakorló feladatok és kérdések

9.



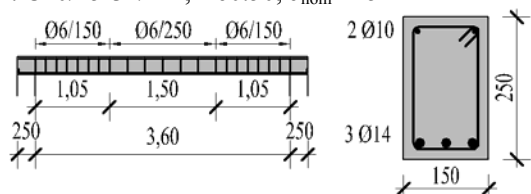
C25/30-16/KK
B60.50
 $c_{nom} = 10$ mm
kengyel: Ø4,2

$M_{Rd} = ?$
(húzott öv alul!)

10.

Miért követeljük meg, hogy $x_c < x_{c0} = d \zeta_{c0}$ legyen?

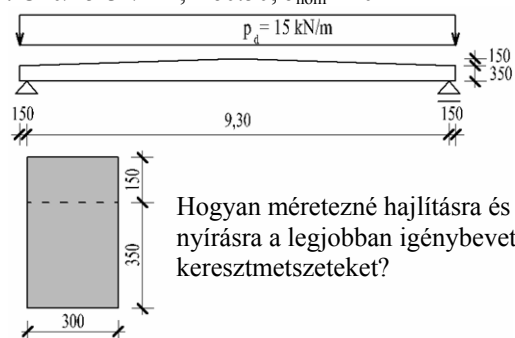
11. C20/25-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 15$ mm



Mekkora egyenletesen megoszló terheléssel terhelhető a gerenda:

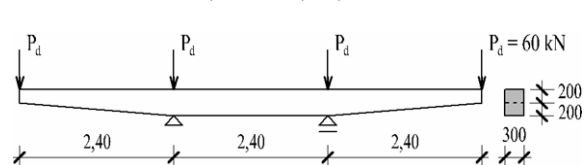
$p_{Rd} = ?$

12. C20/25-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 20$ mm



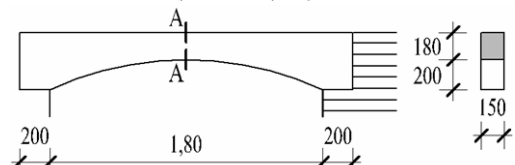
Hogyan méretezné hajlításra és nyírásra a legjobban igénybevett keresztmetszeteket?

13. C25/30-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 20$ mm



- Tervezze meg a kiváltógerenda hosszvasalását és rajzolja be a gerenda hossz- és keresztmetszetébe!
- Milyen kengyelezést alkalmazna?

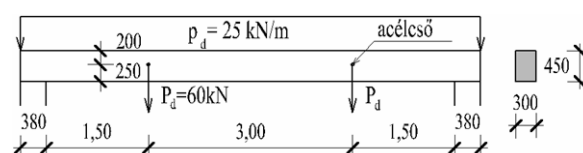
14. C20/25-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 20$ mm



- Tervezze meg az A-A keresztmetszetet úgy, hogy a teherbírás – nyomott vasalás nélkül – a lehető legnagyobb legyen!
- Rajzolja be a hosszmetsetbe a vasbetétek vezetését!

15. Mi az oka a húzott hosszvasalás minimumára és az összes hosszvasalás maximumára vonatkozó előírásoknak?

16. C20/25-32/KK, B60.50, $c_{nom} = 20$ mm



Tervezze meg a fenti gerenda kengyelezését Ø8-as kengyelekből!